UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA
FACULTAD DE HUMANIDADES Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN SECRETARÍA DE POSGRADO

# Formación en didáctica de las matemáticas para maestros. Documentación de una experiencia

Trabajo final integrador presentado para la obtención del grado de Especialista en la Enseñanza de las Matemáticas para el Nivel Inicial y el Nivel Primario

***Autora: Sandra Espósito***

***Director: Héctor Ponce***

La Plata, 10 de Noviembre de 2020

# Índice

## 1.- Introducción

La intención de este trabajo es presentar una experiencia áulica en la formación docente inicial, a partir del diseño y análisis de algunas clases en las que se pone en juego la enseñanza de las operaciones. Las mismas han sido desarrolladas en segundo año de la carrera de formación de maestros, para el nivel primario, en el espacio curricular Didáctica de la Matemática I del Instituto Superior de Formación Docente n° 97 de la ciudad de La Plata.

El Diseño Curricular del Profesorado de Educación Primaria (2008) de la provincia de Buenos Aires sostiene que uno de los obstáculos que enfrenta la formación inicial es la propia biografía escolar que poseen los estudiantes al ingresar a la carrera, la cual actúa como condicionante durante el proceso de formación inicial. En esa biografía han construido una idea de ser docente y una visión sobre las prácticas de enseñanza y aprendizaje, prácticas que tienden a reproducir en parte, tal como les han quedado marcadas.

Los lineamientos curriculares de la provincia de Buenos Aires, tanto de nivel inicial como de nivel primario, resaltan que el núcleo central de la formación docente es la enseñanza, sin perder de vista que esa enseñanza está atravesada por dimensiones históricas, sociales y culturales: *"Esta forma de entender el desarrollo del trabajo matemático de los alumnos/as en la escuela es coherente con una concepción de matemática como un producto social, histórico, en permanente transformación…"* (Diseño Curricular para la Educación Primaria, 2008, p.40). En relación a la enseñanza de la matemática su foco principal está puesto en la producción de conocimientos matemáticos en el ámbito escolar, es decir, cómo pensar la actividad matemática a desarrollar en la escuela, cómo analizar los procesos de producción que se llevan a cabo en la clase de matemática.

Los docentes del profesorado para el nivel primario se encuentran frente al desafío de pensar trayectorias educativas teniendo en cuenta, por un lado, la biografía escolar que traen los estudiantes, y por otro, construir la enseñanza desde una perspectiva didáctica, en muchas ocasiones, alejada de la visión de docente que los lineamientos curriculares provinciales prescriben.

El tema central del presente trabajo final integrador es analizar la potencialidad de ciertos dispositivos puestos en juego en la formación docente inicial, con el fin de pensar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en consonancia con los lineamientos curriculares provinciales del nivel primario. En él se presentarán algunas situaciones referidas a la enseñanza de un tipo de trabajo matemático que se espera instalar en las aulas de la escuela primaria. Se describirán algunas decisiones que se tomaron para el diseño de las situaciones que fueron presentadas a los estudiantes del profesorado, y se incluyen algunos registros de lo que aconteció en la implementación acompañada con un breve análisis didáctico.

## 2.- Presentación

Para este trabajo final integrador de la Especialización en enseñanza de las matemáticas para el nivel inicial y el nivel primario, los aportes conceptuales acerca de los saberes docentes y la investigación de la producción de saberes en la formación de maestros, brindan el marco para el relato del dispositivo que se llevó adelante. Las características del espacio curricular Didáctica de la Matemática I, dentro del Diseño Curricular para la Educación Superior (2008), junto a las características de la institución educativa y sus destinatarios, permitirá contextualizar la práctica situada. Se presentarán las situaciones y algunas de las decisiones didácticas que se constituyeron en motores para la elección y selección de las mismas. Algunos registros de lo acontecido en la clase nos permitirán desplegar un análisis didáctico, capturar algunas de las ideas que allí circularon, las estrategias de resolución de los estudiantes y la huella del debate colectivo a través de los pizarrones.

## 3.- Marco referencial conceptual

### *3.1. La formación matemática en la formación de maestros*

La matemática suele ser considerada como una disciplina difícil de aprender, de ser muy abstracta, inentendible, protagonista de fracasos en los diversos niveles de enseñanza, muy rigurosa al momento de enseñarla, accesible sólo para algunos. Mónica Agrasar y Graciela Chemello (2008) señalan que las concepciones que los estudiantes han construido en forma implícita durante su historia escolar, responden a un modelo del “hacer matemática” en estrecha relación a la aplicación de definiciones, técnicas memorísticas, algoritmización de los procesos de construcción de saberes, de un modelo de enseñanza que plantea “de lo fácil a lo difícil” y “de lo concreto a lo abstracto”. Bajo esta perspectiva, el control de la transmisión está en la reproducción de la técnica, de los pasos a seguir marcados por el maestro/a, y se espera ver el conocimiento bajo una única mirada, un camino a seguir, un procedimiento corto y exitoso, sin rastro de errores, en donde no hay una problematización del conocimiento a enseñar. Las autoras proponen pensar en un trabajo de producción original que se lleve adelante en la formación de maestros; señalan que este cambio permitirá pensar en la modificación en el tratamiento de ese objeto de enseñanza, "… *la posibilidad de controlar la transmisión requiere conocer sus múltiples ropajes (sus significados, sus representaciones) y los modos de pasar de uno a otro. Esto le permite al docente intervenir convenientemente tanto para hacer avanzar a los alumnos como para planificar atendiendo mejor a los conocimientos disponibles*"[1] (Agrasar y Chemello, 2008, p.4). En este sentido Claudia Broitman (2013) plantea la idea que subyace en muchas instancias de formación docente inicial o continua, la de formar o perfeccionar a los maestros desde un solo lugar: aquel pensado por el docente formador o capacitador, con propuestas de enseñanzas cerradas y al estilo de "modelos a seguir". El lugar del saber, del que se intenta correr a los docentes o estudiantes que se están formando, para poner en su lugar los problemas como motores de producción de conocimiento, se torna contradictorio. La perspectiva tecnicista de las que las autoras mencionadas hacían referencia en párrafos anteriores, aquí vuelve a tomar protagonismo al comunicar a los docentes o estudiantes en formación, de manera directa el saber (didáctico) para que reproduzcan en sus aulas los modelos que fueron presentados, sin mediar el análisis, ni contemplar distintas ideas, o trayectorias de enseñanza (p.15).

Este trabajo comparte la concepción de que no se está pensando enseñar matemática a los niños a partir de técnicas repetitivas, de definiciones descontextualizadas, sino como propone Broitman (2013) "… *de formarlos como sujetos más ampliamente. Los alumnos deben pensar por sí mismos y comportarse como sujetos matemáticos, como sujetos de la cultura, como individuos autónomos intelectualmente*" (p.15). Pero, para que esto ocurra, el maestro debe poder abandonar un trabajo que esté centrado en la comunicación directa del saber (didáctico) o en la presentación de técnicas y estrategias pensadas "a prueba de maestros" (Broitman, 2013). Es a partir de estas ideas que es posible repensar el espacio de formación docente inicial y ubicar a los futuros maestros en el lugar de "sujetos matemáticos" y que "puedan pensar por sí mismos", en palabras de Broitman (2013): "*quizás, el entusiasmo por la producción didáctica hizo imaginar que era posible puentear el proceso de construcción de conocimientos matemáticos y didácticos de los docentes*" (p.15). Será entonces necesario crear condiciones didácticas y matemáticas en las aulas de los institutos de formación docente, en donde se problematicen los asuntos de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, creando escenarios posibles de reflexión, análisis y discusión. Se podrían plantear, a partir de estas ideas, algunas preguntas que sirvan como brújula para pensar en esos escenarios: ¿qué formación matemática deberían poseer los estudiantes para pensar en las decisiones en relación a la enseñanza de la matemática?, ¿Qué discusiones generan

[1] Agrasar, M.; Chemello G. (2008) "Los conocimientos matemáticos en la formación de maestras y maestros. Qué y cómo aprenden los que van a enseñar" en 12 (ntes) Enseñar Matemática Nivel Inicial y Primario, Buenos Aires, Ed. 12 (ntes)

para producir conocimientos matemáticos a ser enseñados?, ¿Cómo impactan las trayectorias escolares de los estudiantes para entender el tipo de actividad matemática que se quiere producir?, ¿Qué situaciones problemáticas plantear, reflexionar, discutir?

Desde la perspectiva didáctica que plantean, tanto Agrasar y Chemello[2] como Broitman (2013), y en el marco de este trabajo final integrador, se intenta acercar una experiencia de aula en una situación de formación docente. Los docentes, los alumnos, la institución, imaginan lo que acontece en un salón cuyo objeto de enseñanza es un contenido matemático específico, por ejemplo, un docente enseñando "función lineal"[3], pero poco se sabe de cómo son las clases en Didáctica de la Matemática I, qué se discute, qué problemas se plantean, qué situaciones y contenidos tiene la formación docente inicial para formar maestros y maestras que vayan a enseñar estos contenidos a los niños, qué dispositivo de formación se pone en marcha para la formación en la enseñanza de contenidos específicos, etc. En los párrafos siguientes se presentan las estrategias del trabajo que los docentes de formación de maestros han ido construyendo, modificando, cambiando y enriqueciendo a lo largo de los últimos años.

### *3.2. "Las matemáticas" en el aula de los institutos*

En la última década se han llevado adelante una serie de estudios nacionales a través del INFD del Ministerio de Educación de la Nación intentando promover algunas investigaciones para impulsar la producción de saberes sobre la enseñanza de la matemática, la formación docente y el trabajo profesional docente. Para este trabajo tomaré las consideraciones que el equipo de Patricia Sadovsky (2010)[4] ha producido en relación a la enseñanza de la matemática en la formación docente para la escuela primaria, y que se llevó adelante durante los años 2008 y 2009.

De este informe quiero rescatar cómo pensaba la práctica un docente de formación de maestros en los espacios tales como Matemática y su enseñanza o Enseñanza de Matemática y su didáctica, o Matemática[5]. Los autores sostienen que, en un comienzo, los profesores, formadores de docentes, sostenían sus prácticas profundizando los conocimientos matemáticos con que contaban los estudiantes y era fundamental "avanzar" hacia un mayor conocimiento de la matemática con respecto de lo que ya habían aprendido

[2] Agrasar y Chemello op.cit.

[3] Se presenta a modo de ejemplo un contenido matemático que no está pensado para ser desarrollado en la formación docente del profesorado de educación primaria.

[4] Aquí se hace referencia al equipo de investigadores formado por: Daniel Arias, María Mónica Becerril, Mercedes Etchemendy, Diana Giuliani, Cecilia Parra, Héctor Ponce, Patricia Sadovsky, Carmen Sessa, Paola Tarasow y Graciela Zilberman, cuya coordinación estuvo a cargo de Patricia Sadovsky.

[5] El informe es nacional y estos espacios pueden tener distintos nombres según cada jurisdicción.

a lo largo de la escuela primaria y/o secundaria. Estas prácticas no apuntaban a modificar el posicionamiento de los estudiantes en relación con las concepciones con las que ingresaban a la institución formadora. Los “asuntos” de enseñanza quedaban a cargo de los futuros docentes, esa experiencia quedaba restringida a su propia trayectoria como alumno de la escuela. Tampoco se ponía en discusión el análisis, revisión o reflexión de los contenidos matemáticos de la escuela primaria y cómo esa mirada podría enriquecer a la formación del futuro docente para dar lugar a nuevas relaciones y sentidos. Era una época que se caracterizaba por una gran estabilidad en el funcionamiento de la institución escolar y de un significado socialmente compartido sobre los saberes que se esperaba impartir. Los autores señalan:

> *“Desde esta perspectiva, la Didáctica de la Matemática es concebida fundamentalmente como una disciplina que se ocupa de los “métodos” que mejoran la claridad en la comunicación de unos contenidos que no se problematizan mayormente. La separación neta entre la existencia de un qué (enseñar) y un cómo (enseñarlo) es solidaria con la idea según la cual esos “métodos” que la Didáctica difunde no intervienen centralmente sobre los significados elaborados por los alumnos, aunque sí sobre las posibilidades de comprensión de los contenidos. El alcance de esos contenidos estaría acotado de antemano por la imagen cultural que se tiene de ellos. Esta visión impone un ordenamiento que el tiempo y las prácticas vuelven “lógico”: primero hay que dominar los contenidos -acerca de los cuales hay construido un discurso muy restringido y muy estable- y aplicarles en un segundo momento los métodos correspondientes para hacerlos más accesibles a los alumnos*” (Sadovsky et al., 2010, p. 11-12)

La formación docente ha sufrido cambios y se ha ido transformando a medida que, tanto el campo de la educación como el de las didácticas específicas, se han ido produciendo conocimientos en torno a problematizar y desnaturalizar tanto las prácticas de enseñanza como los contenidos disciplinares. Es así que han sido los profesores quienes se han tenido que hacer cargo de la formación en saberes y competencias para enseñar en la escuela primaria.

Es a partir de los años 70 que la Didáctica de la Matemática pone la mirada sobre los procesos de producción de conocimientos en la clase, Sadovsky et al. (2010) señalan,

> *“…pensar que los alumnos de la escuela primaria pueden producir ideas matemáticas a partir de la resolución de problemas supone considerar que los conocimientos que utilizan los niños para abordar esos problemas son constitutivos de los conceptos que forman parte del proyecto de enseñanza. En esta perspectiva el docente se ve confrontado a la exigencia de*

*interactuar con las ideas de sus alumnos al tiempo que tiene como referencia permanente los saberes que quiere enseñar. Desde una posición en la que el alumno toma un rol activo en la elaboración de los conceptos matemáticos, saber enseñar comporta ineludiblemente interactuar con las ideas del que está aprendiendo. En este punto también el conocimiento matemático y el didáctico se imbrican"* (p.12)

Relaciones que, el informe argumenta, siguen siendo objeto de debate, cuestionamientos, reflexiones y tensiones. Algunas de ellas giran en torno a la posición que adoptan los profesores cuando piensan sus espacios curriculares en los institutos. El relevamiento realizado por el informe presenta profesores que plantean una enseñanza integrada entre Matemática y Didáctica de la Matemática, aunque no siguen la línea de trabajo que presenta su jurisdicción, otros en cambio, que separan aquello que los diseños curriculares proponen como articulados (Sadovsky et al., 2010, p. 12).

Por un lado, la escuela primaria está atravesada por cambios sociales, políticos, económicos, que la formación docente tiene que dar cuenta y que, de alguna manera, debe reflejar al interior de sus instituciones. Cambios que permitan que los estudiantes dispongan formas diferentes de relacionarse con la matemática, por otro lado, formar futuros docentes que puedan desarrollar una enseñanza diferente de aquella que transitaron como alumnos en la escuela. Al respecto, los autores de este informe sostienen que los futuros docentes necesitan construir una nueva relación con los conocimientos a enseñar, poniendo la mirada sobre los saberes matemáticos desde una nueva perspectiva. Los estudiantes deben conocer aspectos del funcionamiento de la matemática, esto comprende, una reflexión sobre la práctica matemática, sobre la historia de los conocimientos, su génesis, como así también, poder reflexionar sobre "…*la inserción de la Matemática en la sociedad y su papel en la formación escolar, social y personal de los alumnos*" (p.13). En este sentido la formación inicial será el punto de partida para que los futuros maestros conozcan los objetos matemáticos que los niños/as de la escuela primaria deberán apropiarse. Los autores señalan:

> *"En este marco, los maestros en formación han de ser capaces de analizar, elegir, adaptar o concebir una progresión de enseñanza sobre un concepto, noción, procedimiento, etc., así como han de aprender a gestionar la clase según sus propósitos y tomando en cuenta los aprendizajes y las dificultades de sus alumnos"* (Sadovsky et al., 2010, p. 13)

Acerca de las matemáticas que se espera construir como contenido a enseñar en la escuela primaria comparto la mirada de Bernard Charlot (1991) cuando plantea *"¿qué es estudiar matemáticas?*"

> *"…estudiar matemáticas es efectivamente HACERLAS, en el sentido propio del término, construirlas, fabricarlas, producirlas, ya sea en la historia del pensamiento humano o en el aprendizaje individual. No se trata de hacer que los alumnos reinventen las matemáticas que ya existen sino de comprometerlos en un proceso de producción matemática donde la actividad que ellos desarrollen tenga el mismo sentido que el de los matemáticos que forjaron los conceptos matemáticos nuevos". (p.1)*

La idea que estudiar matemáticas es *hacer matemáticas* no es universal, ni tampoco está arraigada en la escuela. Sí la que sostiene que "*las matemáticas no tienen que ser producidas sino descubiertas*" (Charlot, 1991, p.1). El autor señala además que la escuela está impregnada de un vocabulario platónico cuya concepción está en que la verdad matemática es sólo para aquellos que pueden verla, tienen un don para aprender matemática, y se distingue de aquellos que no lo tienen y que nunca podrán verla. Bajo un argumento de tipo biológico y genético, se argumenta que aquellos que tengan una capacidad suficiente de abstracción podrán percibir los contenidos conceptuales. Plantea entonces dos ideas que se contraponen: "una matemática dada" en oposición a "una matemática construida". La forma de pensar la actividad matemática cambia a partir de estas ideas, "*la actividad matemática no es mirar y descubrir*", será "*crear y producir*" (p.3).

A partir de estas concepciones Charlot (1991) problematiza la mirada sobre la enseñanza de las matemáticas, entendiendo que hacer matemáticas no es sólo para "elegidos" o "para algunos" sino que "*hacer matemáticas es un trabajo del pensamiento que construye los conceptos para resolver problemas*", poniendo la mirada en la idea de la construcción de las matemáticas y no en los objetos matemáticos.

Sobre las ideas de Charlot (1991) se podría pensar la formación de maestros, en donde a la vez que se avanza en la construcción de conocimiento didáctico, los estudiantes deben construir nuevos sentidos para el hacer matemáticas, revisando y reconstruyendo su biografía escolar.

Para este trabajo final integrador adhiero a la concepción de matemática que plantea Charlot, una matemática para todos, posible, inclusiva, donde cada uno de los actores puedan alzar su voz para debatir, reflexionar, compartir; para pensar su enseñanza apuntando a la producción del conocimiento matemático, desde una posición integrada entre matemática y didáctica de la matemática. La reflexión desde este marco teórico ha promovido múltiples miradas y debates sobre las concepciones que los docentes tienen acerca de lo que entienden qué y cómo enseñar en los espacios de formación docente inicial.

### *3.3. Debates y discusiones sobre la formación docente en didáctica de la matemática*

Michéle Artigue (1995) plantea el problema de la integración de la componente didáctica en la formación inicial de profesores y que continúa provocando debates. Debates que se basan sobre ciertos argumentos y que la autora describe algunos de ellos:

- El rechazo de la didáctica, desde la mirada de pensarla como una ciencia que impone su dogma en la enseñanza y que contaminará a los futuros maestros.
- El rechazo de una formación profesional: aquí la mirada hace foco en la visión de la enseñanza como un arte y que el docente se forma haciendo docencia y que no hay saberes específicos que aporten a este aprendizaje.
- El temor de que la formación didáctica se haga en detrimento de la formación matemática: aquí la mirada sobre los pocos conocimientos matemáticos que disponen los futuros docentes juega un rol fundamental para avanzar sobre ellos y que se constituirán como imprescindibles para pensar su enseñanza.
- La convicción de que una reflexión didáctica no tendrá significado llevarla adelante en la formación inicial y que quedará reservada para la formación continua.

A partir de estos debates la autora plantea ciertas preguntas:

> *"¿Por qué una formación didáctica dentro de la formación inicial? ¿De qué manera puede ayudar a los futuros profesores y cuáles son sus límites? ¿Cuáles pueden ser las formas de una formación eficaz si ésta se juzga como útil y si se tiene en cuenta que la ambición no es formar especialistas en didáctica, sino formar profesores capaces de utilizar de manera pertinente los aportes de la didáctica?"* (p. 15)

Para intentar pensar en posibles respuestas, Artigue (1995) cita la tesis de Alain Kuzniak (1993) que está dedicada al análisis de las prácticas de formación profesional y su evolución, y en la que se plantean cuatro dispositivos que son empleados por los profesores en su desarrollo profesional:

- *Las estrategias culturales*: aquí se pone el énfasis en la disciplina, dejando de lado lo didáctico.
- *Las estrategias basadas sobre la mostración*: es un modelo que se basa sobre la simple imitación, y que constituye el modelo más arcaico de la formación.
- *Las estrategias basadas en la homología*: son las que se piensan por analogía entre la formación del adulto con aquella del niño.
- *Las estrategias basadas en la transposición*: que pone el foco en el saber teórico que organiza y estructura la práctica pedagógica y está centrada en la transposición de un saber con un propósito de enseñanza.

La autora señala cómo estas estrategias se han visto reflejadas en la formación de profesores en Francia y cómo se han ido integrando entre ellas. Inicialmente la formación se centraba en el carácter matemático, se enseñaba aquello que no se había aprendido durante su trayectoria escolar y se intentaba llenar los vacíos. La formación pedagógica era trabajada en otros espacios y quedaba separada de la formación matemática. En este modelo imperaban las estrategias culturales en matemática con una formación profesional basada en la ostensión (p.16). Ante el fracaso de este tipo de estrategias se buscó integrar las preocupaciones pedagógicas a la formación matemática a partir de las estrategias de homología y mostración, con la intención de poder avanzar en una combinación de ellas. Aquí la didáctica se presenta para seleccionar situaciones interesantes y desde un punto de vista ideológico, "… *mantener el deseo de los formadores de modificar las representaciones de la enseñanza y el aprendizaje que tienen los futuros maestros y que parecen estar lejos del constructivismo en el aire del tiempo*" (p.16) Esta combinación de estrategias tuvo un impacto sobre las prácticas profesionales de los docentes noveles, pues, luego de un tiempo emergieron deformaciones de la forma pseudo-constructivismo y que los maestros no pudieron percibir. A partir de este escenario se vio la necesidad de hacer explícitas, en la formación de maestros, las herramientas didácticas necesarias para abordar el análisis de las situaciones propuestas a los alumnos.

Las diversas estrategias clasificadas por Kuzniak (1993) y, que se han visto reflejadas en la formación docentes en Francia, constituyen estrategias que aún se conciben en la práctica de profesores que forman docentes en nuestro país. Si bien se presentan bajo otros nombres, las ideas que subyacen son las mismas y la investigación de Sadovsky et al. (2010) da cuenta de ello. Retomando la línea de investigación del informe, los profesores se agrupan en dos grupos según cómo conciben las relaciones entre Matemática y Didáctica de la Matemática: los que integran en la enseñanza aspectos matemáticos con aspectos didácticos; y los que separan la enseñanza de Matemática de la de Didáctica de la Matemática. Los docentes que enmarcan su trabajo de modo integrado, consideran la Didáctica de la Matemática como una vía para profundizar el conocimiento matemático. Así, algunas de las actividades que proponen son: comparación de diferentes propuestas que se vehiculizan a través de los libros de texto que circulan, el análisis de distintas estrategias para la resolución de problemas, la consideración de diferentes variantes en la forma de plantear problemas, el análisis didáctico de las situaciones de enseñanza, entre otros, *"…todas estas opciones muestran la inclusión del análisis del funcionamiento matemático en las consideraciones que se hacen al pensar la enseñanza*" (p.31).

Estos debates y discusiones aún hoy están en tensión. No hay un consenso unificado para pensar la enseñanza entre los docentes formadores de maestros y se observa que adoptan diversas estrategias para pensar en las características que debe tener su práctica áulica.

### *3.4.- Pensar las situaciones de enseñanza en la formación de maestros*

A partir de la discusión sobre las distintas maneras de concebir la relación entre la matemática y didáctica de la matemática, Delia Lerner, Paula Stella y Mirta Torres (2009) citadas por Graciela Chemello, Mónica Agrasar, Silvia Chara y Analía Crippa (2017, clase 6, p. 9), plantean la importancia de proponer situaciones formativas que las denominan "*doble conceptualización*". Estas situaciones promueven un doble objetivo: por un lado, que los maestros construyan conocimientos matemáticos y, por otro lado, que elaboren conocimientos en relación a las condiciones didácticas que son necesarias para que sus alumnos puedan apropiarse de los mismos. Estas situaciones son pensadas para que los maestros ejerzan y puedan, reflexión y tematización mediante, conceptualizar algunas cuestiones acerca de los mismos y de las situaciones de enseñanza, quehaceres propios de la producción de conocimientos disciplinares, para luego poder conceptualizarlos. Para que puedan analizar las condiciones didácticas en la que se desarrolló la situación de formación (ellos haciendo matemáticas), y para que puedan analizar las condiciones didácticas necesarias con el fin de que sus alumnos puedan apropiarse de un quehacer similar. La reflexión acerca de lo realizado formará parte de este proceso durante la resolución, de esta manera, el maestro podrá identificar características de la práctica matemática que ha desarrollado, objetivar, y hacer lo mismo con los supuestos de enseñanza que se han puesto en juego. Permite, además, establecer similitudes y diferencias con situaciones presentadas en su formación anterior y vincularlas a su rol docente.

Esta idea de doble conceptualización ubica la relación Matemática – Didáctica de la matemática en una zona de integración donde el trabajo didáctico enriquece el conocimiento matemático y, a su vez, el conocimiento matemático es un insumo para abordar preguntas didácticas.

El dispositivo didáctico que es objeto de este trabajo final integrador, estará conformado por varias situaciones de enseñanza que serán desplegadas en algunas de las clases semanales. Sin embargo, solo una de ellas está pensada considerando la doble conceptualización como instancia formativa. La idea central es poder generar un escenario que les permita a los futuros docentes ubicarse en la discusión de hacer matemáticas en una situación de multiplicación con números naturales, situación que no está diseñada para "llevar" al aula de primaria, pero que les permitirá poner en juego relaciones que sí podrían darse en ese nivel.

Tomo en cuenta para este trabajo la idea de ***dispositivo didáctico*** que plantean Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1997):

> *"En general, un dispositivo escolar será cualquier "mecanismo" dispuesto para obtener determinados objetivos educativos. Así, por ejemplo, la clase de matemáticas, la de lengua, el libro de texto, la biblioteca, los exámenes, las preguntas que hace el profesor en clase, las sesiones de tutoría y los descansos son dispositivos escolares. En la medida en que cada uno de estos dispositivos incide sobre la estructuración y el desarrollo del proceso de estudio de las matemáticas, funcionando como un dispositivo de ayuda al estudio de las matemáticas, diremos que se trata, además, de un dispositivo didáctico (en el sentido de didáctico-matemático)" (p. 277).*

En este trabajo se ha tomado en consideración y revisión los modos de intervenir y producir en la clase de Didáctica de la Matemática I, promoviendo dispositivos didácticos que generen instancias de construcción de conocimientos, destinados a ir edificando, por un lado, la identidad docente, por el otro la enseñanza de las matemáticas.

Esto abona a las ideas que sostienen María Mónica Becerril, Mercedes Etchemendy, Cecilia Parra, Héctor Ponce, María Emilia Quaranta, Patricia Sadovsky, Paola Tarasow y Graciela Zilberman (2015) y Artigue (1995), en tanto que son muy variados los caminos que los formadores pueden seguir para aproximar a los alumnos/as a su tarea de enseñar una disciplina específica. Becerril et al. (2015), investigación que se llevó adelante en nuestro país, hacen foco en la multiplicidad de tareas que los formadores de docentes consideran para pensar sus espacios curriculares, entre otros, entre lo teórico y lo práctico, entre lo situado y lo descontextualizado, entre lo general, lo pedagógico, lo disciplinar y lo didáctico. Los autores puntualizan: "... *En este marco, perspectivas teóricas, diseños y desarrollos curriculares, artículos de didáctica, investigaciones, libros de textos que vehiculizan propuestas, registros de clases…, configuran un universo de materiales a los que los formadores recurren para elaborar sus proyectos de enseñanza*" (p. 6). Artigue (1995) por su parte, describe algunas de las prácticas que llevan adelante los profesores en el IUFM[6]. Se favorece la formación didáctica cuyo objetivo es crear un buen clima en el salón de clases, se proponen herramientas para analizar los libros de textos, para seleccionar actividades adecuadas y transformarlas si es necesario, planificar situaciones sencillas de clases. Además, se desarrollan herramientas para el análisis de situaciones didácticas, lectura y discusión de textos didácticos, se promueve el análisis curricular, el análisis de las concepciones de los alumnos, entre otras (p.20)

[6] En Francia se crearon hacia los años 1990/1991 los IUFM, Institut Universitaire de Formation des Maîtres de la Académie de Grenoble, dedicados a la formación inicial de profesores.

Para el diseño del dispositivo didáctico de este trabajo, tomo como puntos de partida los aportes de Becerril et al. (2015) y Artigue (1995), en relación a la diversidad de propuestas de enseñanza que se pueden desplegar. El dispositivo comprende situaciones en las que se trabaja la doble conceptualización y situaciones que apuntan a un trabajo más centrado en los contenidos matemáticos en sí con el propósito de habilitar su análisis didáctico. En los siguientes párrafos se describirán las decisiones que fueron tomadas para el diseño de estas situaciones formativas y en las que se ponen de relieve la diversidad de estrategias que se pueden considerar para pensar la formación de docentes.

## 4. La enseñanza de las operaciones

### *4.1.- Algunas ideas para pensar su enseñanza en la formación de maestros*

Enseñar las operaciones en la escuela primaria no es algo nuevo. Desde la enseñanza clásica se refleja el trabajo con las cuentas para enseñar las cuatro operaciones, poniendo el foco en el uso de los distintos algoritmos de resolución, naturalizando su aplicación a la resolución de problemas sin poner en juego la diversidad de significados posibles para cada operación (Chemello, et al., 2017, p.7). Actualmente, esta idea del trabajo sólo sobre las cuentas para que los niños/as comprendan la variedad de problemas que pueden resolverse con esa operación, es insuficiente y es más enriquecedor trabajar sobre diversidad de problemas, estrategias de cálculos para resolverlos, lo que requerirá de un proceso de construcción sobre las operaciones que demandará un largo camino a transitar en la escuela primaria (Diseño Curricular para la Educación Primaria, 2007). A partir de estas ideas iniciales es que sería interesante pensar la enseñanza de las operaciones en la formación de maestros con la intención de problematizar lo que es saber calcular, interpretar los distintos caminos de resolución de los niños/as, poder dar respuesta a las distintas justificaciones que ellos plantean, etc. Se advierte que la concepción que traen los estudiantes del profesorado de educación primaria sobre lo que es sumar, restar, multiplicar o dividir, tiene que ver con el modo en que cómo han aprendido ellos esos objetos. Agrasar y Chemello (2008) sostienen que para un maestro en formación que no ha tenido un aprendizaje reflexivo sobre lo que sabe de las operaciones, resulta fundamental articular lo que conoce de las operaciones (definiciones, propiedades) con lo que conoce de las cuentas (técnicas). Discutir sobre lo que hace cuando resuelve una cuenta, porqué funciona así y no de otra forma, le permitirá pensar en las cuentas que "sabe hacer" entendiendo las razones de cada uno de los pasos, y la posibilidad que puedan pensar en otras posibles formas de "… hacer las cuentas", ya que "… *la fundamentación de las técnicas de cálculo está apoyada en el conocimiento del significado* *de la representación numérica y en las propiedades de las operaciones*" (p.4) Para llevar adelante esto, puede ser potente instalar en la formación docente propuestas de trabajo que requieran poner en juego la construcción de procedimientos de cálculo como un problema a resolver, discutir las diferentes estrategias empleadas para compararlas y producir conocimientos sobre su validez, además, analizar los algoritmos y su funcionamiento articulando con lo que saben sobre las propiedades de las operaciones, serán cuestiones a discutir en el aula de la formación de maestros.

Las autoras plantean que los contenidos matemáticos que se espera puedan ser abordados en la formación de maestros podrían ser los que se abordarán luego con sus alumnos/as, aunque advierten que será necesario poseer un conocimiento superador de aquel que se espera de los alumnos de ese grado/año, sin embargo señalan "… *no habría que incluir un nivel de formalización excesivo ni un tratamiento axiomático, alejados tanto del tipo de mirada que necesita un docente de la enseñanza básica como de las posibilidades de los mismos ingresantes*" (p.4). Proponen el trabajo apuntando a la complejidad de la enseñanza, cuyo punto de partida sea considerar los conocimientos matemáticos como productos culturales, con un cierto marco epistémico y relativos a las sociedades que les dieron origen. Así se podrá proponer introducir, a los estudiantes de la formación docente, en la construcción del sentido de los conocimientos matemáticos.

Roland Charnay (1994) sostiene que uno de los objetivos de la enseñanza de la matemática es que lo que se enseñe tenga sentido para el niño/a y cita a Guy Brousseau (1983):

> *"El sentido de un conocimiento matemático se define no solo por la colección de situaciones donde este conocimiento es realizado como teoría matemática; no solo por la colección de situaciones donde el sujeto lo ha encontrado como medio de solución, sino también por el conjunto de concepciones que rechaza, de errores que evita, de economías que procura, de formulaciones que retoma, etc.» (Brousseau, 1983: 170)*

Charnay (1994) agrega que se deben considerar dos niveles en la construcción de la significación de un conocimiento, y afirma:

> *"… la construcción de la significación de un conocimiento debe ser considerada en dos niveles:*
>
> *- un nivel 'externo': ¿cuál es el campo de utilización de este conocimiento y cuáles son los límites de este campo?*
>
> *- un nivel 'interno': ¿cómo y por qué funciona tal herramienta? (por ejemplo, ¿cómo funciona un algoritmo y por qué conduce al resultado buscado?» (Charnay, 1994: 53).*

A partir de estas ideas el maestro pondrá en juego las nociones matemáticas como herramientas para la resolución de situaciones problemáticas. Los niños/as deberán ser capaces, no sólo de repetir o rehacer, sino de resignificar en situaciones nuevas sus conocimientos, lo que les permitirá construir el sentido de lo que están haciendo (Charnay, 1994). Será necesario entonces, identificar los criterios para seleccionar los problemas con el fin de atender a la construcción del sentido, en torno a la enseñanza de las operaciones en la formación docente.

En nuestro país hay una vasta producción de aportes para pensar la enseñanza de las operaciones que han dado lugar a una gran variedad de experiencias en las distintas escuelas. Desde el año 1994, año que se acordaron los Contenidos Básicos Comunes[7], el enfoque en relación con la enseñanza de las operaciones a nivel curricular es concordante. Chemello et al. (2017) al respecto sostienen que aún hoy al analizar los aprendizajes de los niños/as y lo que ocurre al interior de las aulas: "… *puede verse que los alumnos aún evidencian dificultades para saber qué operaciones utilizar al resolver un problema dado, cómo controlar el resultado obtenido, qué explicaciones permiten justificar los distintos pasos que se realizan en un cálculo*" (Clase 3, p.3). Por otro lado, en el aula convergen una serie de factores sociales, económicos, culturales, entre otros, asociados a las posibilidades y condiciones de aprendizaje de los niños y que influyen en las dificultades que enfrentan los niños y las niñas a la hora de aprender ciertos conocimientos. Será a partir de lo que construya, reflexione, analice, el maestro durante su formación quien pueda modificar estas cuestiones.

Espacios para reflexionar, discutir, analizar el sentido de la matemática en la escuela sería enriquecedor habilitarlos durante la formación de maestros: "… *«cómo» se hace matemática en el aula define al mismo tiempo «qué» matemática se hace, y «para qué» y «para quiénes» se la enseña, lo que plantea una disyuntiva central en relación con la construcción de las condiciones que posibilitan el acceso a la matemática de unos pocos o de todos"* (Ministerio de Educación, 2006: 18-19, citado por Chemello et al., 2017, Clase 3, p.5). El trabajo que la escuela realice frente a determinados objetos matemáticos, influirá en la relación que cada persona construya con ellos, influirá en el hecho de sentirse capaz de aprenderla o no, en las posibilidades de entenderla y resignificarla. Al respecto las autoras señalan:

> *"Cuando la enseñanza de la matemática, en lugar de plantearse como la introducción a la cultura de una disciplina científica, se presenta solo como el dominio de una*

[7] Resolución n° 39/94 del CFE, se acordaron los Contenidos Básicos Comunes que servirán de base para los Diseños Curriculares Provinciales, en http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL001215.pdf, fecha de consulta 30/5/20

*técnica, la actividad matemática en el aula se limita a reconocer, luego de las correspondientes explicaciones del maestro, qué definición usar, qué regla hay que aplicar o qué operación «hay que hacer» en cada tipo de problema. Se aprende qué hacer, pero no para qué hacerlo, ni en qué circunstancia hacer cada cosa". (Ministerio de Educación, 2006: 18-19, citado por Chemello et al., 2017, Clase 3, p.5)*

En este sentido y volviendo a la enseñanza de las operaciones, estas ideas se ven reflejadas cuando los alumnos pueden resolver sin dificultad una división por varias cifras, pero no pueden, frente a una situación problemática, optar por multiplicar o dividir para resolverlo y preguntan al docente: "¿de qué es el problema, de dividir o multiplicar?"

Es Gerard Vergnaud quien plantea una caracterización de los tipos de conocimientos ligados a la construcción de un concepto y sostiene: "*El saber-hacer no puede oponerse al saber, puesto que constituye su criterio y se fundamenta en él. Saber y saber-hacer son dos vertientes indisociables del pensamiento conceptual".* (Vergnaud, 1990, p.133-170, en Chemello et al., 2017, p.6) A través de su Teoría de los Campos Conceptuales, nos invita a pensar en el aprendizaje y en la enseñanza para interpelar los saberes matemáticos que los niños y las niñas elaboran desde la perspectiva de sus conocimientos infantiles y de las lógicas de quienes están aprendiendo (Broitman, 2013), de esta manera plantea "*… un concepto no puede reducirse simplemente a su definición. Son las situaciones y los problemas que se intentan resolver los que posibilitan que un concepto adquiera sentido para un alumno*" (Vergnaud, 1990, p.135, en Chemello et al., 2017, clase 4, p.18). El autor, desde su teoría, sostiene que el núcleo del desarrollo cognitivo es la conceptualización y muestra la compleja red de conceptualización que implica el aprendizaje de un concepto, demostrando que no hay un concepto acabado, sino que cada uno de ellos presenta una amplia gama de problemas, posibles soluciones y formas de representación, y expresa:

> "*El funcionamiento cognitivo del sujeto en situación depende del estado de sus conocimientos, implícitos o explícitos. Es necesario por tanto conceder una gran atención al desarrollo cognitivo, a sus continuidades, a sus rupturas, a los pasos obligados, a la complejidad relativa de las clases de problemas, procedimientos, representaciones simbólicas, al análisis de los principales errores y de los principales descubrimientos*" (Vergnaud, 1990, p.20-21).

Se adopta a partir de estas ideas una posición crítica en relación a la fragmentación o atomización de los contenidos escolares que se enseñan en la escuela, por esa razón el Diseño Curricular para la Educación Primaria de la provincia de Buenos Aires del año 2007[8] presenta una selección, secuenciación y criterios de los contenidos matemáticos a enseñar

[8] Para este trabajo final integrador retomo las características del Diseño Curricular para la Educación Primaria de la Pcia. de Buenos Aires del año 2007, aunque desde el año 2018 está vigente otro DC que sostiene el mismo marco teórico y perspectiva didáctica que el anterior.

que son distribuidos a lo largo de los distintos años del nivel primario, como así también en la reorganización y el establecimiento de relaciones entre diferentes conceptos ya conocidos, apuntando a que reordenar y sistematizar les permitirá generar nuevas relaciones, nuevos problemas y producir variados modelos matemáticos.

A partir de la TCC (Teoría de Campos Conceptuales) es necesario resaltar que para estudiar un concepto será necesario tener en cuenta:

- las situaciones que le den sentido a ese concepto,
- el conjunto de las propiedades y relaciones invariantes asociadas al mismo concepto,
- los significantes lingüísticos y simbólicos que permitan representar el concepto y sus propiedades (Graciela Chemello, Gustavo Barallobres, Ana Lía Crippa y Mirta Hanfling, 2000).

En este sentido Vergnaud plantea la idea de campo conceptual de la siguiente manera:

> *“la noción de campo conceptual permite estudiar de manera más integrada el desarrollo simultáneo y coordinado de los diferentes conceptos necesarios para la comprensión de un conjunto organizado de clases de problemas, de los procedimientos que permiten tratarlos y de los sistemas simbólicos que permiten representarlos” (Vergnaud, 1981 citado por Chemello et al., 2000, p. 71)*

Los campos conceptuales definidos inicialmente son:

- el de las estructuras aditivas, en este campo están incluidos el conteo, la suma y la resta, la conservación de las cantidades discretas y continuas, la numeración.
- el de las estructuras multiplicativas, abarca el concepto de relación ligado a los conceptos de proporción y función lineal, a los de fracción y número decimal, a los de producto y cociente de dimensiones, muy ligados a la relación de isomorfismos de medidas y la relación de producto de medidas (Chemello et al., 2000, p.72)

Para este trabajo final integrador se pondrá el foco en la idea de campo conceptual y en particular el campo multiplicativo, con el propósito de ir construyendo su sentido en relación a la enseñanza y aprendizaje de las operaciones. Se tomarán en consideración los sentidos de la multiplicación a partir de la diversidad de problemas, la discusión del cálculo algorítmico, la presentación de distintas formas de multiplicar, el funcionamiento de las propiedades de las operaciones, entre otros.

### *4.2.- Acerca de la enseñanza de los sentidos de la multiplicación*

Asumir la perspectiva de la complejidad y el largo plazo de los aprendizajes, es entender la construcción de conocimientos como un proceso que requiere de una gran variedad de situaciones de enseñanza en las que se ponen en juego una diversidad de problemas. Chemello et al. (2017) señalan algunos aspectos que se deberían discutir en la formación de maestros en relación a la enseñanza de las operaciones, y en particular, en la enseñanza de la multiplicación y la división: cada operación puede resolver diferentes tipos de problemas asociados a los distintos significados de la operación; cada problema puede resolverse por diferentes procedimientos y estrategias de resolución; los cálculos que permiten resolver problemas aritméticos son de diferente tipo y su uso depende de los instrumentos disponibles y el tipo de números involucrados, lo que da lugar a poner en juego propiedades de los números y de las operaciones. (Clase 3, p. 7)

Las ideas teóricas vertidas en el punto anterior fueron presentadas con el fin de entender algunas de las características de la actividad matemática que propone el Diseño Curricular para la Educación Primaria (2007), cuando se refiere "... *en la producción de conocimientos matemáticos, será necesario -aunque no suficiente- enfrentarlos a diversos tipos de problemas*" (p. 36).

En este sentido Chemello et al. (2017) señalan tres aspectos centrales en la enseñanza de la multiplicación y la división y que va en concordancia con lo que plantea el DC (2007):

- cada operación puede utilizarse para resolver diferentes problemas asociados a diversos significados de la operación.
- cada problema puede resolverse con una variedad de procedimientos.
- los cálculos que permiten resolver problemas aritméticos son de diferente tipo y su uso depende de los instrumentos disponibles y el tipo de números involucrados, lo que da lugar a poner en juego propiedades de los números y de las operaciones (Clase 3, p.7).

El trabajo sobre la diversidad de problemas se constituye como un eje central para pensar en la construcción del sentido de la multiplicación. Vergnaud plantea estas ideas cuando distingue problemas que involucran relaciones multiplicativas, tanto si actúa como una multiplicación o una división. Señala que en la escuela primaria los problemas del tipo multiplicativo aparecen como una relación cuaternaria y no ternaria como en la escritura habitual se representa, a x b = c (Vergnaud, 1991, citado por Chemello et al., 2017, clase 3, p. 11). En este sentido señala que se pueden pensar en una diversidad de problemas del tipo multiplicativo en función de cómo se define esa relación cuaternaria, el carácter discreto o continuo de las cantidades que se ponen en juego en cada situación, las propiedades de los números, entre otros.

Vergnaud (1991) distingue tres tipos de problemas del campo multiplicativo: isomorfismo de medidas, un solo espacio de medidas y producto de medidas.

Cada uno de estos tipos de problemas son definidos por Vergnaud así:

- El isomorfismo de medidas: *«El isomorfismo de medidas pone en juego cuatro cantidades, pero en los problemas más simples se sabe que una de estas es igual a 1. Hay entonces tres grandes clases de problemas, según que la incógnita sea alguna de las otras tres cantidades.»* (Vergnaud, 1991: 218).
- Un espacio de medidas: *«El análisis en términos de operadores-escalares es fácilmente comprendido por los niños; pero este implica una distinción entre medida y escalar.»* (Vergnaud, 1991: 220-221).
- El producto de medidas: *«Esta forma de relación consiste en una relación ternaria entre tres cantidades, de las cuales una es el producto de las otras dos, tanto en el plano numérico como en el plano dimensional.»* (Vergnaud, 1991: 221-222)

En los DDCC (2007/2018), en los libros de textos, en las propuestas de capacitación, entre otros, han tomado estas categorías que plantea Vergnaud, aunque se produjeron otras clasificaciones a partir de éstas y fueron nombradas de otra manera sin perder el sentido de lo que se quiere trabajar en cada una de ellas.

Para este trabajo integrador final se adopta la clasificación que plantea Claudia Broitman (1999) en el texto "Las operaciones en el primer ciclo". En él se presentan los problemas del campo multiplicativo a través de los problemas de proporcionalidad, problemas de organizaciones rectangulares y problemas en lo que hay que combinar elementos. Es sobre esta clasificación que se trabaja en el aula de *Didáctica de la Matemática I*. Se presentan los tipos de problemas para comprender cuáles son los relacionados con la proporcionalidad que los niños/as a temprana edad pueden resolver con los recursos que tienen disponibles. Por ejemplo, Sofía compró 4 paquetes de figuritas, en cada paquete vienen 5, ¿cuántas figuritas compró?[9], de igual manera para el resto de los tipos de problemas.

[9] Problema extraído de Broitman C. y otros (2008) "Estudiar matemática en 3°", Buenos Aires, Editorial Santillana, p.22

## 5.- Caracterización del espacio curricular

### *5.1.- Didáctica de la Matemática I en el Diseño Curricular*

El Profesorado de Educación Primaria (2008) surge a partir de la reforma curricular que, durante esos años promovió la DGCyE (Dirección General de Cultura y Educación) en la provincia de Buenos Aires. El nuevo profesorado de educación primaria tiene una duración de 4 años. Está dividido en: Campos y Trayectos Formativos Opcionales, que han sido vinculados por preguntas centrales y organizadores de relaciones entre las diferentes materias que los componen (Diseño Curricular para la Educación Superior, 2008: 29):

• "*Campo de Actualización Formativa. ¿Qué aspectos de la formación previa es necesario profundizar para transitar la formación docente?*

• *Campo de la Fundamentación. ¿Cuál es el sentido de la docencia en el mundo actual en la sociedad latinoamericana y argentina?*

• *Campo de la Subjetividad y las Culturas. ¿Qué saberes permiten el reconocimiento y la comprensión del mundo subjetivo y cultural del sujeto de la educación?*

• *Campo de los Saberes a Enseñar. ¿Cuáles son los núcleos de saberes significativos y socialmente productivos que se articulan en la enseñanza?*

• *Campo de la Práctica Docente. ¿Cuáles son los recorridos formativos necesarios para asumir una praxis transformadora de la práctica docente?*

• *Trayectos Formativos Opcionales. ¿Cuáles son los recorridos complementarios de la formación que percibe y propone cada Institución?"*

Este nuevo diseño curricular introdujo el espacio curricular/formativo de ***Didáctica de la matemática I*** en segundo año, en el lugar que ocupaba **Matemática y su enseñanza II** en el plan anterior. Forma parte del Campo de los Saberes a Enseñar. Articula con el **Taller de Pensamiento Lógico Matemático** de primer año que reemplazó a **Matemática y su enseñanza I**, y con **Didáctica de la Matemática II** de tercer año, que aparece como nuevo espacio y dando continuidad a lo trabajado en segundo año.

Este cambio busca brindar algunas herramientas conceptuales que permitan iniciar a los estudiantes, en el análisis y reflexión, de ciertos problemas de la enseñanza de la matemática en el nivel primario, y a su vez introducirlos en el estudio del origen y fundamentos de ciertas ideas didácticas que circulan por dentro y fuera de las instituciones educativas. Se espera que el estudiante se apropie de algunas ideas teóricas de la Didáctica de la Matemática, que le permitirán fundamentar sus decisiones didácticas a la hora de enseñar matemática en el nivel primario. Además, que pueda reflexionar sobre los procesos ligados a la producción, circulación o uso de ciertos conocimientos matemáticos, y que esa reflexión le permita interpelar los conocimientos matemáticos desde la perspectiva de los niños/niñas. El Diseño Curricular para la Educación Superior (2008) sostiene:

> *Este sustento teórico será el soporte de fundamentación de sus decisiones didácticas para la práctica en las aulas de Primaria, como durante su desarrollo profesional. Será necesario, entonces, que adquiera conocimientos de cómo la Didáctica de la matemática provee de nociones teóricas fértiles para sustentar su propia formación como alumno/a y como futuro docente para el Nivel de Educación Primaria. El trabajo se realizará en una constante dialógica de la teoría didáctica con el contenido matemático de enseñanza presentado para el Nivel Primario. (p.120)*

Este Diseño prescribe una serie de contenidos a enseñar que serán distribuidos entre segundo y tercer año, algunos de ellos son: *La Didáctica de la Matemática como disciplina científica; El sentido de la enseñanza de la matemática en la Educación Primaria; Consideraciones sobre las situaciones didácticas, marco teórico para sustentar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática de los niños/as; Variables didácticas de las situaciones de enseñanza; Gestión de clase: agrupaciones de los niños/as según los momentos de trabajo, interacción entre los niños/as entre sí, con el docente y con el objeto de conocimiento. El rol del docente: la devolución e institucionalización; Análisis del Área Curricular de la Matemática en el Diseño Curricular de Educación Primaria de la Provincia Buenos Aires; Actividades que se enseñan para promover conocimientos vinculados con las operaciones y sus propiedades*[10]. Este espacio curricular se desarrolla en forma anual y queda a cargo de las instituciones educativa la distribución de los contenidos a enseñar en Didáctica de la Matemática I y II.

En este contexto y con este marco curricular serán los docentes de estos espacios quienes deberán crear las condiciones didácticas y pedagógicas para poder llevar adelante el desarrollo de los contenidos a enseñar durante la formación docente inicial, tratando de seleccionar y secuenciar los contenidos, diseñar situaciones de enseñanza, pensar en los recortes didácticos para no presentar una fragmentación de los saberes, analizar secuencias didácticas, elaborar propuestas alineadas a las prescripciones curriculares provinciales, entre otros asuntos a contemplar.

[10] Para profundizar la lectura de todos los contenidos, consultar el Diseño Curricular para la Educación Superior (2008)

### *5.2 Característica de los estudiantes*

El Instituto Superior de Formación Docente N° 97 forma parte de la Unidad Académica Normal n° 3 “Almafuerte” de la ciudad de La Plata. La misma cuenta con los niveles Inicial, Primaria y Secundaria: Jardín de Infantes n° 969, Escuela Primaria n° 129 en Lenguas Vivas y Escuela Secundaria n° 34.

El Normal 3, nombre como se lo conoce en nuestra ciudad, en el año 2013 cumplió 100 años, fue la primera escuela normal mixta de la ciudad, ya que las escuelas normales n° 1 y 2 sólo eran de señoritas. En la actualidad se dictan dos carreras: Profesorado de Inglés y Profesorado de Educación Primaria.

El Instituto tiene una larga trayectoria en formación de maestros, la carrera se cursa en el turno vespertino siendo los grupos de trabajo reducidos. Esto permite un mejor acompañamiento y un mayor conocimiento sobre las trayectorias educativas de los estudiantes. La población se caracteriza por alumnas/os que durante el día trabajan y/o tienen familia a las que deben acompañar en sus tareas diarias y que luego asisten a clase de 17:30 a 22:00 hs. durante toda la semana. El Profesorado de Educación Primaria tiene una sola sección, lo que permite conocer a los alumnos/as y sus situaciones particulares. Si bien el dictado de la carrera en el turno vespertino les brinda a los alumnos la posibilidad de trabajar y estudiar, en este escenario los tiempos para el análisis de lo desarrollado en las clases, la lectura previa de textos, la lectura posterior luego de las discusiones, la realización de producciones, el estudio frente a un parcial, entre otros, se vuelve muy complejo. Frente a este panorama el desafío es pensar en dispositivos didácticos para que los alumnos/as puedan apropiarse y construir nuevas herramientas de enseñanza y aprendizaje en el poco tiempo del que disponen.

## 6.- Las clases, los problemas y las discusiones

### *6.1. El dispositivo didáctico, sus características*

En el marco de este trabajo final integrador se diseñó un dispositivo para los alumnos del ISFD 97 de segundo año de la carrera Profesorado de Educación Primaria. Se desarrolló en el espacio curricular Didáctica de la Matemática I encuadrado dentro del Diseño Curricular para la Educación Superior de la Provincia de Buenos Aires (2008). Los contenidos se configuraron a partir de las prescripciones curriculares del nivel superior y en concordancia con los ejes problematizadores de la enseñanza y aprendizaje de la matemática para el nivel primario provincial.

Para este trabajo final integrador se diseñaron algunas clases con la finalidad de problematizar acerca de la enseñanza de la multiplicación. Como ejes centrales para pensar en las propuestas de trabajo se contemplaron, la discusión grupal y colectiva, la argumentación para dar cuenta de los procesos de resolución, el análisis de los distintos problemas, los procedimientos a desplegar para dar respuesta a los diferentes interrogantes. Además, se consideró el debate y la reflexión como eje de trabajo para la construcción de ideas del campo multiplicativo, respetando el tiempo de cada estudiante, habilitando las voces para las distintas argumentaciones que presentan, discutiendo la veracidad o no de ciertos procedimientos de resolución, serán las ideas vertebradoras de la gestión de la clase. Asimismo, se generaron espacios de estudios para complejizar y/o profundizar las ideas sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, sin perder de vista que "*todos pueden y tienen derecho a aprender Matemática*" (DC para EP, 2007; Escobar y Grimaldi, 2015).

El dispositivo se implementó entre los meses de septiembre y octubre del 2019 a lo largo de 4 clases de dos horas cada una. Participaron de las clases 8 estudiantes y se organizaron en dos grupos de 4 integrantes para llevar adelante la resolución de los problemas planteados.

Las situaciones diseñadas para estas clases han sido divididas en:

- ***situaciones que apuntan a la elaboración de una doble conceptualización y***
- ***situaciones que se presentan para enfatizar los conocimientos matemáticos de los estudiantes con el propósito de analizarlas didácticamente.***

En cada clase el marco compartido permitió analizar y reflexionar sobre los distintos procedimientos que se fueron presentando, tratar de entender las estrategias de otros, intervenir ante posibles errores, fortalecer en la construcción de mayores saberes matemáticos, entre otros.

Las clases fueron grabadas y se tomaron registros fotográficos de los distintos pizarrones en los que se llevó adelante este dispositivo. Además, se cuenta con los registros escritos de los grupos para analizar los procedimientos que puedan resultar más significativos y poder esclarecer aún más las ideas que se pusieron en juego en las distintas resoluciones. El rol docente se constituyó, por un lado, como espectador de los procedimientos de los estudiantes, y por otro, como partícipe de las distintas intervenciones docentes que se fueron llevando a cabo en el avance de las situaciones.

En el diseño de las situaciones se tuvo en cuenta lo discutido en clases anteriores sobre la enseñanza de las operaciones en relación al campo aditivo y cómo éste puede favorecer el ingreso al campo multiplicativo. El rol de la diversidad de problemas en la construcción de conocimientos. La importancia sobre la elección de distintos caminos para resolver un mismo problema.

Para la resolución de los distintos problemas los estudiantes se organizaron por grupos y así pudieron discutir y tomar decisiones, tanto individuales como grupales. Los estudiantes en clases anteriores abordaron el estudio de la enseñanza de las operaciones sobre el campo aditivo y estos nuevos problemas los enfrentaron a pensar en el campo multiplicativo.

Las clases fueron organizadas de la siguiente manera:

- se entregaron en fotocopias, los problemas pensados para el análisis de situaciones de doble conceptualización,
- se indicó la resolución del problema 1,
- luego de un tiempo se puso en juego la discusión colectiva en la que los grupos plantearon sus estrategias de resolución,
- a la semana siguiente se avanzó con la resolución del problema 2, previa evocación de la discusión del problema 1,
- después de un tiempo se organizó el análisis colectivo.

De esta forma se retomaron algunas de las ideas de Chemello et al. (2017) quien expresan que los estudiantes aprenden matemática resolviendo problemas y reflexionando sobre lo realizado. Durante la formación docente sería interesante propiciar situaciones que les permitan vincular sus resoluciones y reflexiones con las tareas inherentes a su práctica profesional. Las clases que aquí presento fueron diseñadas con el propósito de los estudiantes puedan ir estableciendo paulatinamente estos vínculos.

### *6.2- Las situaciones de enseñanza y algunas decisiones didácticas:*

En las situaciones que apuntan a una doble conceptualización se busca que los estudiantes construyan conocimientos matemáticos y, además, que elaboren conocimientos referidos a las condiciones didácticas que serán necesarias para que sus futuros alumnos puedan apropiarse de dichos conocimientos (Lerner et al., 2009 citada por Chemello et al., 2017).

Las situaciones fueron pensadas para que los estudiantes pongan en juego sus conocimientos sobre la multiplicación y sus propiedades, que puedan resolver el problema con lo que saben de la multiplicación, que ensayen, prueben, relacionen con las cuentas conocidas, en palabras de Graciela Zilberman (2018):

> *"Si la finalidad es promover, mejorar y fortalecer la producción matemática por parte de los niños esto exige un docente que asuma un papel productor de conocimiento sobre lo que acontece en sus prácticas, que analice las tareas que propone, que interprete las respuestas de los niños para intentar interactuar sintonizando con ellas, que conciba recorridos de aprendizaje considerando las relaciones involucradas en los objetos de enseñanza y las aproximaciones que los alumnos van realizando." (p.16*)

Las situaciones también fueron pensadas para que los estudiantes puedan analizar las condiciones didácticas del problema y que progresivamente puedan ir apropiándose de un quehacer docente con características similares a las que se fueron desarrollando durante la clase. Propiciar durante la formación docente la discusión colectiva acerca de las distintas resoluciones y estrategias empleadas para resolver la multiplicación con números naturales, colaborará en identificar algunas de las características propias de la clase de matemática en el aula de primaria.

Para pensar en las situaciones de enseñanza que se diseñaron como eje de este trabajo final integrador, se tuvieron en cuenta algunas cuestiones que fueron discutidas en los meses precedentes con el grupo de alumnas. Algunas de estas reflexiones estuvieron destinadas al sistema de numeración y a las operaciones con números naturales, se fue trabajando sobre sus regularidades y características, el valor posicional, la necesidad de pensar en descomposiciones aditivas para el trabajo con las regularidades de los números, la importancia del trabajo con la grilla numérica, etc. En relación a las operaciones, se planteó, en primer lugar, el trabajo sobre el campo aditivo. Algunas de las prácticas llevadas adelante giraron en torno a la reflexión sobre estrategias de cálculo de sumas y restas, la importancia de la diversidad de procedimientos por parte de los niños/as frente a la resolución de problemas, la diversidad de problemas de sumas y restas, cómo resolver problemas de sumas con una resta, y viceversa, qué se hace cuando se resuelve una cuenta convencional de suma y resta, análisis de diversos procedimientos de resolución de sumas y restas. Posteriormente se avanzó sobre el trabajo del campo multiplicativo y algunas prácticas fueron: el análisis de la diversidad de problemas de multiplicación y división, que se hace cuando se multiplica un número de dos cifras con un número de una cifra, análisis de las propiedades de las operaciones, discusión del algoritmo convencional de la multiplicación.

Algunas de las decisiones que se tomaron para el diseño del dispositivo didáctico para este trabajo, fueron pensadas a partir del trabajo matemático que se pretende desarrollar en la clase de matemática. El mismo lo describen Chemello et al (2017) al plantear que frente a un problema aritmético los alumnos pueden desplegar una variedad de procedimientos de resolución, siempre y cuando, en la gestión de la clase se promueva un tipo de trabajo matemático como el que se delinea en la Serie Cuadernos para el Aula (NAP, Núcleo de Aprendizajes Prioritarios)[11] de matemática material elaborado por el Ministerio de Educación y que supone para el alumno las siguientes acciones:

> • *Involucrarse en la resolución del problema presentado vinculando lo que quiere resolver con lo que ya sabe y plantearse nuevas preguntas.*
>
> • *Elaborar estrategias propias y compararlas con las de sus compañeros considerando que los procedimientos incorrectos o las exploraciones que no los llevan al resultado esperado son instancias ineludibles y necesarias para el aprendizaje.*
>
> • *Discutir sobre la validez de los procedimientos realizados y de los resultados obtenidos.*
>
> • *Reflexionar para determinar qué procedimientos fueron los más adecuados o útiles para la situación resuelta.*
>
> • *Establecer relaciones y elaborar formas de representación, discutirlas con los demás, confrontar las interpretaciones sobre ellas y acerca de la notación convencional.*
>
> • *Elaborar conjeturas, formularlas, comprobarlas mediante el uso de ejemplos o justificarlas utilizando contraejemplos o propiedades conocidas.*
>
> • *Reconocer los nuevos conocimientos y relacionarlos con los ya sabidos.*
>
> • *Interpretar la información presentada de distintos modos, y pasar de una forma de representación a otra según su adecuación a la situación que se quiere resolver.*
>
> • *Producir textos con información matemática avanzados en el uso del vocabulario adecuado». (Ministerio de Educación, 2006:19, Citado por Chemello et al. 2017, clase 3:14)*

Algunas de ellas fueron:

[11] El Consejo Federal de Cultura y Educación en el año 2004 aprueba una serie de contenidos comunes y prioritarios a nivel nacional, los llamados Núcleos de Aprendizaje Prioritarios, para promover la integración de nuestro Sistema Educativo, altamente heterogéneo y fragmentario.

- La elección del "método de celosía" giró en torno de seleccionar un procedimiento de resolución de una multiplicación con números naturales poco convencional o desconocida por las alumnas. El ámbito de la representación a través de celdas le otorgaba un escenario distinto al que se había trabajado hasta el momento. Se decidió justamente este problema porque la representación gráfica que presenta la multiplicación está muy alejada a la representación del algoritmo convencional de la multiplicación de números de dos cifras. Esta decisión partió de la idea que plantean las autoras Chemello et al. (2017) en relación al diseño de situaciones de doble conceptualización: *"… están pensadas para que los docentes realicen quehaceres propios de la producción de conocimientos disciplinares para luego conceptualizar tales quehaceres*" (clase 6, p.9). Pensar en las operaciones y propiedades de los números que se ponen en juego en el método de celosía les pueda servir para pensar qué se pone en juego cuando resuelven una multiplicación a través del algoritmo convencional, como así también, poder interpretar los procedimientos que sus futuros alumnos desplegarán frente a problemas de multiplicación.
- La elección de los números giró en el trabajo con números de dos cifras y no se extendió al trabajo con números de más cifras. La intención fue focalizar el análisis de las propiedades de los números y el trabajo con números de dos cifras permitió hacer una generalización al trabajo con más cifras. De ahí la decisión de poner a prueba el método a través de una multiplicación con el mismo "tipo" de números.
- Los problemas se seleccionaron con la intención de que presentaran un desafío a resolver por parte de las estudiantes. Aquí se intentó poner de relieve "*Involucrarse en la resolución del problema presentado vinculando lo que quiere resolver con lo que ya sabe y plantearse nuevas preguntas"* (Ministerio de Educación, 2006:19, Citado por Chemello et al., 2017, clase 3:14)
- La propuesta de trabajo explicando qué es lo que se hace y que puedan "escribir", "justificar" fue pensado a partir de las ideas que señala el Ministerio de Educación: "*Producir textos con información matemática avanzados en el uso del vocabulario adecuado".* (Ministerio de Educación, 2006:19, Citado por Chemello et al., 2017, clase 3:14), anticipando lo complejo que significa poner por escrito las ideas orales, pero que serán un trabajo que las futuras docentes deberán desplegar en sus aulas.
- Las intervenciones docentes fueron pensadas para acompañar las decisiones que cada grupo fue tomando, sin señalar errores, sin señalar aciertos, con el fin de motivar para que pudieran justificar lo que van haciendo, habilitar distintos modos de plasmar los procedimientos, libertad a la hora de elegir diversos caminos, habilitar la palabra de todas en las discusiones colectivas, elegir el pizarrón como recurso para mostrar las decisiones de las resoluciones como espacio. Estas intervenciones se sostienen

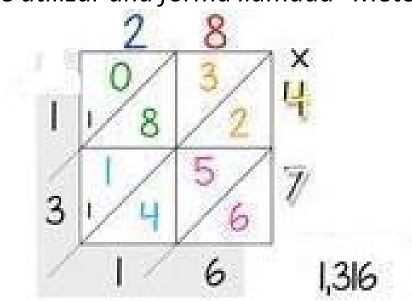
para promover un trabajo que apunte a "*Discutir sobre la validez de los procedimientos realizados y de los resultados obtenidos. Reflexionar para determinar qué procedimientos fueron los más adecuados o útiles para la situación resuelta".* (Ministerio de Educación, 2006:19, Citado por Chemello et al., 2017, clase 3:14)

A continuación, se presentan los problemas elegidos para trabajar situaciones de doble conceptualización:

- ***Situaciones que apuntan a la elaboración de una doble conceptualización.***

***Problema 1***

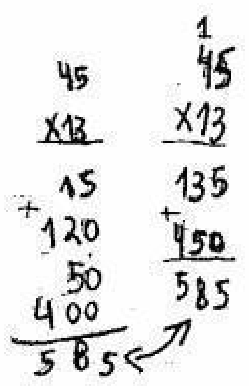
*Para multiplicar 28 x 47, es posible utilizar una forma llamada "Método de la celosía" y se resuelve así:*




*a) Expliquen en qué consiste este "método".*
*b) Efectúen el producto de 19 x 34 con el mismo método.*
*c) ¿Cuál o cuáles de las propiedades de las operaciones se ponen en juego? Justifiquen.*

***Problema 2:***

*a) En una clase de tercer grado, dos alumnos propusieron distintas maneras de resolver la cuenta 45 x 13, surgieron los siguientes procedimientos*[12]:

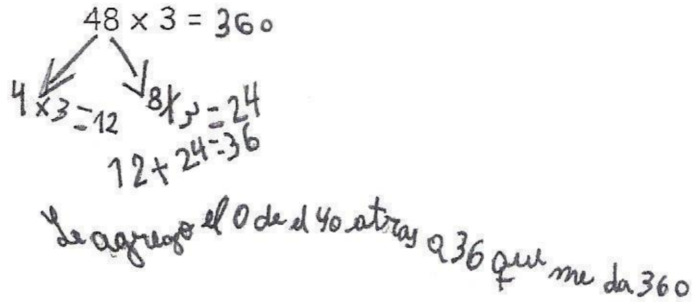



*i) Analicen qué hacen los alumnos*

[12] Adaptación de una situación presentada en DGCyE (2001), Documento n° 4, "Orientaciones didácticas para la enseñanza de la multiplicación en los tres ciclos de la EGB", p. 21.

*ii) ¿En qué se parecen estos procedimientos al "método de la celosía"?*
*iii) ¿Qué propiedades de los números y de las operaciones se ponen en juego en estas resoluciones?*

*b) En una clase de cuarto grado la maestra propuso a sus alumnos "inventar" distintas formas de resolver 48 x 3. Un niño presentó el siguiente procedimiento:*




*i) ¿Qué propiedades de los números y de las operaciones puso en juego? Analicen el procedimiento que "inventó" este niño.*
*ii) Efectúen el cálculo 374 x 53 empleando un procedimiento distinto a los planteados por los niños. (en la parte a) Expliquen por qué funciona.*

La primera clase se inició con un problema 1 que presenta la multiplicación de números naturales partiendo de estrategias de resolución no conocida o poco conocidos por las estudiantes. La elección de presentar la multiplicación de 28 x 47 a través del método celosía apuntaba a que los estudiantes traten de entenderlo a partir de lo que ya sabían sobre la multiplicación. Estas ideas ya las habían construido a lo largo de su trayectoria escolar y que aquí pondrían al servicio de entender cómo funcionaba el método y por qué funcionaba si se elegían otros números para multiplicar. Por otro lado, apuntaba a que las estudiantes se aproximaran a otras maneras de multiplicar números naturales que fueron construidas a lo largo de la historia de la matemática y que fueron gestadas en otros contextos sociales y culturales. Pensar que hay más de una manera de abordar una multiplicación tal vez les permita entender otros métodos o procedimientos que circulan históricamente.

Este primer problema no fue pensado con la intención de que sirva como "ejemplo" y pueda ser presentado en el aula de primaria. Su finalidad era que pudieran percibir que es posible pensar en otras formas diferentes de multiplicar números naturales, discutir matemáticamente los distintos caminos para explicar el método y poner la mirada en las propiedades de las operaciones que esconde el mismo.

El ítem (a) suponía para los estudiantes, probar, ensayar, elaborar algunas conjeturas acerca de la validez del método, poner por escrito en qué consistía el método. El ítem (b) intenta probar si las conjeturas elaboradas en el ítem anterior funcionan para otros números, ensayar con ejemplos les permitiera validar algunas de sus conjeturas, pero no resulta suficiente para que elaboren las explicaciones que sostienen ese procedimiento, que es un objetivo del trabajo. El ítem (c) supone relacionar el método celosía con las propiedades de las operaciones, discutir en torno a ellas, cómo aparecen esas propiedades en las cuentas conocidas, cómo funcionan en el método celosía, entre otras discusiones.

El problema 2 apuntaba a retomar las discusiones planteadas en el problema 1, poniendo el foco en algunas resoluciones que despliegan los niños/as a la hora de resolver los cálculos y avanzar en establecer algunas relaciones entre los procedimientos de resolución que plantea el método celosía y los procedimientos empleados por los niños/as en una clase. En el ítem (b) se intentó avanzar en procedimientos erróneos, con la intención de que los estudiantes pudieran percibir por qué no funciona, así como está presentada la resolución, entender lo que hacen los niños/as es una parte fundamental para validar sus razonamientos en las clases de matemática.

La implementación de esta propuesta demandó dos clases de dos horas cada una, ya que inicialmente las resoluciones les llevaron más tiempo a los estudiantes, pero durante el intercambio grupal las distintas posiciones y argumentaciones se fueron enriqueciendo.

Luego de ese trabajo se presentaron situaciones en las que se puso el énfasis en los conocimientos matemáticos de las estudiantes. Tenían como finalidad promover un trabajo más “matemático a partir de los distintos procedimientos desplegados para su resolución, y brindar a los estudiantes un acercamiento de su análisis didáctico.

A continuación, se presentan las situaciones que fueron implementadas durante dos clases:

- ***Situaciones que se presentan para enfatizar los conocimientos matemáticos de los estudiantes con el propósito de analizarlas didácticamente.***

***Parte 1:***

*Resuelvan las siguientes situaciones. Registren en la hoja todo lo que pensaron para resolverlas*

*a) En la escuela se organizó un torneo de fútbol en el que participan 6 equipos. Juegan todos contra todos una sola vez.*
*(i) ¿Cuántos partidos se juegan en el campeonato?*[13]
*(ii) Si cada equipo se enfrentará dos veces con todos los otros, ¿cuántos partidos jugará cada equipo en el campeonato?*

[13] Situación presentada en DGCyE (2001), Documento n° 4, “Orientaciones didácticas para la enseñanza de la multiplicación en los tres ciclos de la EGB”, p. 15.

*b) Un auto consume, en promedio, 20 litros de nafta cada 240 km de ruta. Completen la tabla[14]:*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Litros de nafta | 20 | 5 | 25 | 30 | |
| Kilómetros recorridos | 240 | | | 600 | 840 |

*c) Carlos y su familia van a realizar un viaje desde Buenos Aires hasta Salta. Lo van a hacer en tres tramos, parando en Córdoba y en La Rioja. Para el primer tramo tienen 4 rutas posibles, para el segundo tramo, 3 rutas posibles y para el tercero, 6 rutas. ¿Cuántos recorridos diferentes pueden hacer?[15]*

***<u>Parte 2:</u>***

*a) Encuentren las similitudes y las diferencias entre los tres problemas planteados en la parte 1. Justifiquen sus argumentos.*
*b) ¿Podrían identificar qué tipos de problemas son los que se han presentado? Expliquen cómo se dieron cuenta.*
*c) Elijan uno de los problemas presentados y realicen un posible cambio de variable didáctica para que el problema sea "más fácil".*
*d) Describan posibles errores que podrían plantear los niños frente a la resolución del problema (a) de la parte 1.*
*e) ¿Podrían anticipar posibles respuestas de los niños al resolver el problema (c) de la parte 1?*

Los problemas se seleccionaron con la intención de hacer matemática en un primer momento, es decir, ponerlos en situación de resolver problemas, para luego analizarlos didácticamente. Se seleccionaron una serie de problemas del campo multiplicativo, y a diferencia de la propuesta de trabajo sobre la doble conceptualización, aquí sí los problemas podrían ser pensados para el aula de primaria, aunque no es el objetivo de análisis en este trabajo. En este sentido, se apuntaba al trabajo matemático que las estudiantes pudieran desplegar, de tal manera, que después funcionara como referencia al trabajo que ellas podrían hacer con lo que sus alumnos produzcan. Esto se vincula estrechamente con el trabajo matemático que se plantea en los Núcleos de Aprendizaje Prioritario (NAP): "*Involucrarse en la resolución del problema presentado vinculando lo que quiere resolver con lo que ya sabe y plantearse nuevas preguntas. Elaborar estrategias propias y compararlas con las de sus compañeros considerando que los procedimientos incorrectos o las exploraciones que no los llevan al resultado esperado son instancias ineludibles y necesarias para el aprendizaje". (Ministerio de Educación, 2006:19, Citado por Chemello et al., 2017,*

[14] Situación extraída de Broitman C. y otros, (2015), "Los matemáticos de 5°", editorial Santillana, p. 117.
[15] Situación extraída de Broitman C. y otros (2006), "Estudiar Matemática en 6to.", editorial Santillana, p. 26.

*clase 3:14)* Involucrar entonces a los estudiantes durante su formación como maestros a este tipo de trabajo, les permitirá pensar en su práctica profesional.

La selección de las situaciones a resolver giró en torno a la diversidad de problemas del campo multiplicativo: el problema (a) pone en juego la multiplicación a través de la organización de los datos como posible estrategia para su resolución, el problema (b) es una situación de proporcionalidad que remite al sentido de la multiplicación en la que hay pares de datos que se relacionan a través de una constante, y el problema (c) es una situación que apunta a combinar los viajes y presenta un nuevo sentido de la multiplicación. El segundo momento apunta a realizar un análisis didáctico a partir de las decisiones y caminos que fueron tomando para resolver los problemas. Este análisis se presenta como un desafío para las estudiantes que deben considerar la perspectiva de los niños.

### *6.3.- Análisis de algunas resoluciones de las situaciones de doble conceptualización*

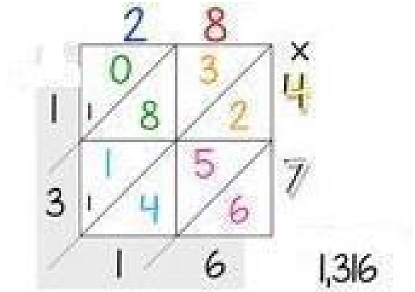
Para este trabajo final integrador se decidió analizar la primera de las cuatro clases que demandó la implementación de ambas situaciones de enseñanza descriptas en el punto anterior y poner la mirada en uno de los episodios de esa clase, al que se llamó "*Ya está, se entendió*", en el que se apeló a este título porque el análisis realizado permite poner en duda la expresión. Cabe aclarar, en relación al recorte de análisis para este trabajo, que esa decisión giró en torno a la riqueza de los distintos intercambios que se fueron dando en el desarrollo de esas clases. Por otro lado, tanto en las producciones escritas como en los intercambios orales, se perciben las concepciones que tienen las estudiantes acerca del sentido de la multiplicación, del enriquecimiento de los conocimientos puestos en juego cuando se gestiona la discusión colectiva, entre otras.

Se presentará una transcripción de algunos registros de clase, la producción escrita de los distintos grupos de trabajo y algunos pizarrones como huella de la discusión colectiva.

Retomemos la consigna del problema 1:

***Problema 1***

*Para multiplicar 28 x 47, es posible utilizar una forma llamada "Método de la celosía" y se resuelve así:*




*a) Expliquen en qué consiste este "método".*
*b) Efectúen el producto de 19 x 34 con el mismo método.*
*c) ¿Cuál o cuáles de las propiedades de las operaciones se ponen en juego? Justifiquen.*

Señalemos que la organización de la clase se dividió en dos grupos de 4 estudiantes cada uno, llamaremos en adelante G1 y G2, para distinguir sus producciones y reflexiones.

### 6.3.1.- Episodio "Ya está, se entendió"

Se presenta el problema 1 en material fotocopiado, se leen en forma general los distintos ítems que lo componen y cada grupo se dispone a resolverlo. Luego de un tiempo de discusión el grupo G1 manifiesta que "ya entendió" en qué consiste el método desplegando un intercambio oral. Parte de esa discusión es la que se presenta a continuación:

A1: pone el 28 arriba y el 47 al costado, y hace 8x4 es 32 y me llevo el 3 y lo pongo arriba y el 2 abajo. Luego 7x8 es 56 y aquí aparece el 5 y el 6.

A2: 7x2 es 14 y aquí aparece, y 4x2 es 8 y pone el 0 y el 8.

A3: ¿y después que hizo?

A1: aquí pone 1316, ¿de dónde sale?

A2: pará, sumó

A1: noo, ahhhh, sumó la parte de abajo, ¿entendés? que te da 6

A3: noo

A1: 6, 5,0,

A2: claro, los 4 por 16

A1: 3 y 21, y ¿el 8?

A3: ¿a dónde el 8?, no ya está, si esto es lo que multiplicó

A1: ahhhh es lo que multiplicó, lo que le había quedado

A2: ahhhh ya está es re fácil, ¿entendiste?

A1: ahhh esto es 13

A2: y lo de abajo

A1: listo, ya está…

El relato se sostuvo frente a la imagen de la fotocopia y fueron discutiendo los distintos significados de lo que el método estaba mostrando. Ese intercambio se desarrolló oralmente, no necesitaron registrar nada. En el análisis del registro no queda claro si realmente habían percibido en qué consistía el método y cómo se había podido resolver la multiplicación de esa forma.

El grupo advirtió cómo se ubican las distintas multiplicaciones 8x4, 8x7, 2x4 y 2x7, y justificaron cómo se distribuyen los distintos resultados en la organización de celdas que presenta el método celosía, por ejemplo, para 8x4 marcaron: *aquí arriba va el 3 y abajo el 2, así con el resto de los cálculos*. Es interesante destacar lo que plantearon casi a continuación de la interpretación de resultados, *A1: aquí pone 1316, ¿de dónde sale?,* se puede advertir que no entendieron aún el funcionamiento del método. Claudia Broitman y Horacio Itzcovich (2001) plantean que los niños/as al desplegar sus procedimientos de resolución ponen en juego intuitivamente la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma, sin embargo, las alumnas no pudieron plantear hasta ese momento que el 28, se estaba pensando como 20+8, y de la misma manera con el 47, como 40+7. Por otro lado, esta descomposición no se hace tan visible o explícita en el cuadro ya que trabaja con las cifras, es decir, el 28 se presenta como 2 y 8, y no como 20+8; lo mismo ocurre con el 47. En este sentido se puede advertir que lo positivo del trabajo con las cifras es que se parece al algoritmo convencional que es conocido por las alumnas, y lo negativo es que es difícil identificar la propiedad distributiva. Flavia Terigi y Susana Wolman (2007) señalan la importancia de la construcción de las regularidades de nuestro sistema de numeración como camino para entender las operaciones que subyacen en él, "... *las razones explican las regularidades porque dependen, precisamente, de las operaciones que subyacen a la organización del SN, y su comprensión supone para el niño la construcción de una red de conocimientos a lo largo de un tiempo prolongado de aprendizaje*" (p. 75). Recurrimos a las ideas de las autoras ya que se percibe que, tanto al 28 como al 47, lo entienden como un 2 y un 8, y un 4 y un 7, y no ponen en juego las regularidades del sistema de numeración y las operaciones que subyacen en él. Esto cobra fuerza al no poder plantear estrategias de cálculo que les permitiera interpretar el 1316, ya que manifiestan *¿de dónde sale?* Estrategias tales como pensar por ejemplo, si 2x4=8, entonces 20x40=800, o 8x4=32, entonces 8x40=320, no aparecieron en ningún momento, por lo tanto, la respuesta que presentaba el método (1316) era muy alejada a los "números" que estaban representados en cada celda, 08, 32, 14 y 56. Por otro lado, no queda claro si en los relatos de las alumnas - *A2: claro, los 4 por 16* - y - *A1: ahhh esto es 13* - hacen referencia a el 1 y 3 que aparecen en forma vertical y al 1 y 6 que aparecen en forma horizontal, o bien es un intento de sumar algunos de los números que aparecen en las celdas.

Durante todo el tiempo que duró el intercambio la docente no participó, ni realizó ningún tipo de intervención didáctica acerca del modo en que lo estaban pensando. Luego que la A1 expresó *listo, ya está*…se transcribe el registro de las distintas intervenciones y la producción escrita:

A1: listo profe, ¿cómo lo explicamos? ya lo sacamos

D: bien, bárbaro, ahora en la hoja cuenten como es el método, porque aquí es importante poder escribir en qué consiste el método celosía.

A1: pero ¿cómo lo explicamos?

A2: pero ya lo sabemos

D: bueno eso que ya saben, traten de explicitar qué es lo que se está haciendo…

A1: pero ¿cómo?

D: poniendo en un texto lo que discutieron oralmente.

A2: este método no lo había visto nunca

A1: yo tampoco, 4x2, 8, queda arriba

A2: el 16 es la suma de éstos

A4: ya está la suma pero cómo lo explicamos

A1: profe, qué complicada que es

D: pero, no le van a pedir a sus alumnos que expliquen cómo resolvieron los problemas, bueno, aquí ahora son ustedes las que tienen que explicar qué han pensado.

A1: ehhhh, (risas)

D: expliquen eso que estaban contando recién

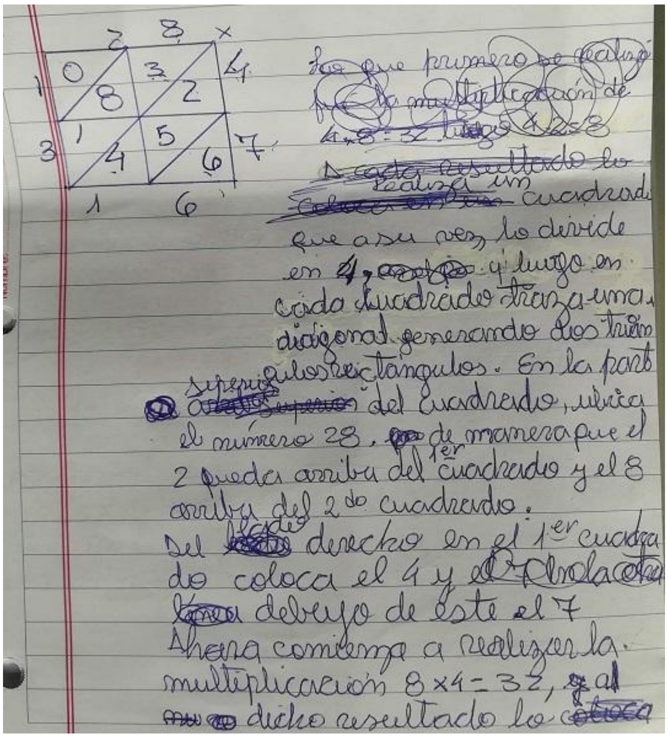
A3: ahhhhh en el primer cuadrado va el resultado de…

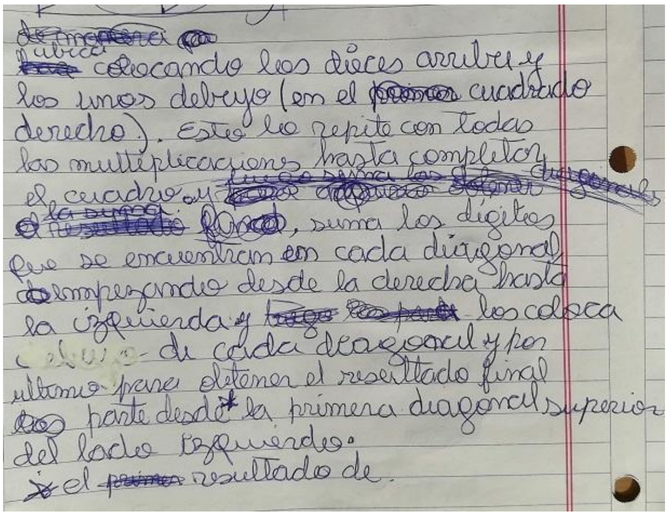
A2: del primer número

A1: la primera multiplicación, bueno, vamos hacer el dibujo,

A3: ¿y qué hacemos? ¿flechitas? (risas)

A1: cómo es abstracto no tenemos que dibujar


realiza un cuadrado
que a su vez lo divide
en 4, y luego en
cada cuadrado traza una
diagonal generando dos triángulos rectángulos. En la parte
superior del cuadrado, ubica
el número 28, de manera que el
2 queda arriba del 1er cuadrado y el 8
arriba del 2do cuadrado.
Del lado derecho en el 1er cuadrado coloca el 4 y
debajo de éste el 7
Ahora comienza a realizar la
multiplicación 8x4=32, al
dicho resultado lo


ubica colocando los dieces arriba y
los unos debajo (en el cuadrado
derecho). Esto lo repite con todas
las multiplicaciones hasta completar
el cuadro, y suma los dígitos
que se encuentran en cada diagonal
empezando desde la derecha hasta
la izquierda y los coloca
debajo de cada diagonal y por
último para obtener el resultado final
parte desde* la primera diagonal superior
del lado izquierdo.
*el resultado de.

| | |
|---|---|
| A4: vamos a hacer, 28, 4x2, y se escribe 08 | |

El registro que tuvo lugar en el grupo es acompañado por la producción escrita que debía responder a “Explique en qué consiste este método”. Se percibe que ante esa consigna apelaron a la narrativa que dé cuenta del método, entendemos que este camino fue elegido a partir de la intervención docente en la que plantea “*...ahora en la hoja cuenten cómo es el método, porque aquí es importante poder escribir en qué consiste el método celosía*”. La intencionalidad didáctica de esta intervención estaba puesta en que las estudiantes puedan poner en palabras eso que saben e interpretan. Para ello nos sostenemos de la cita de Smith (1982) que realiza Susana Wolman (2010): “*No podemos observar nuestros pensamientos, pero podemos observar los productos del pensamiento. Y una de las más poderosas herramientas para hacerlo es escribiendo”. [...] “escribiendo descubrimos qué sabemos, qué pensamos”. [...] “la escritura [...] es un magnífico instrumento no sólo para explorar el potencial del pensamiento sino para desarrollarlo también*” (p. 20) Acompañando estas ideas es que las estudiantes iban a poder desplegar en forma escrita lo que habían entendido, cómo estaba funcionando, cómo se interpretaba el resultado que arrojaba, etc. Se percibe que las estudiantes no pueden encontrar una manera ya que preguntan *¿cómo lo explicamos?* sosteniendo inmediatamente “*pero ya lo sabemos*”, dando a entender que, si ya se sabe para qué explicar lo que se sabe. Aquí nos preguntamos, ¿qué es lo que saben? ¿en qué consiste el método? ¿cómo se hace con esos números? ¿Y con otros? ¿Por qué se puede hacer así? Por esa razón las intervenciones de la docente apuntaban a que puedan expresar lo que sabían poniendo la mirada en la escritura, para que de alguna manera pudieran dar las razones del funcionamiento del método.

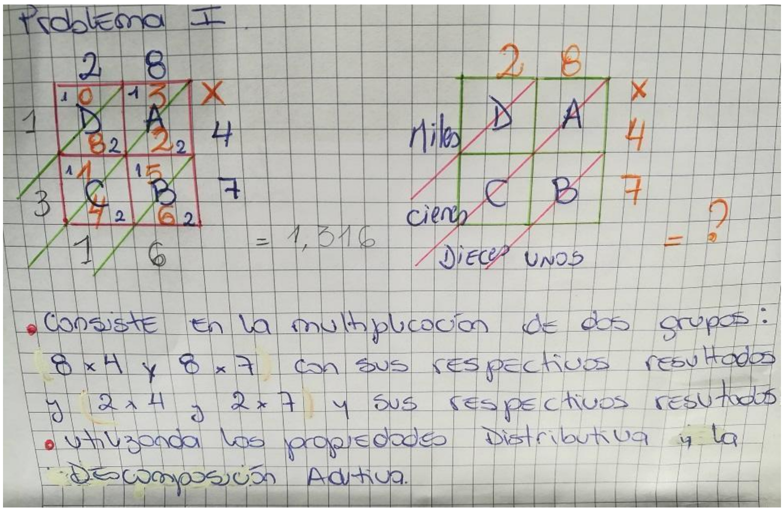
Nos parece interesante reflexionar sobre estas cuestiones que el G1 plantea “¿cómo lo explicamos?” y “pero ya lo sabemos”, ya que pareciera estar relacionados, si ya lo saben cuál es la necesidad de explicar, entendiendo que el único camino posible para ello es “relatar en forma oral” su resolución. Aquí cobra sentido lo que plantea Héctor Ponce (2009), que la escritura de las conclusiones en la clase de Matemática suele ser un momento complejo y muy vinculado con la idea que en Matemática no se produce texto. Creemos que es posible extender esa idea a la clase del profesorado y a las creencias y dificultades de las alumnas protagonistas de nuestro episodio. Cabe aclarar que hasta ese momento el G1 no había dejado registrado nada en su hoja de trabajo, por eso se las invita a buscar un posible camino para hacerlo apuntando al uso de la escritura, es decir, poner por escrito eso que ya creen saber. Ampliando las ideas de Wolman (2010) sobre el poder que tiene la escritura en el proceso de construcción del conocimiento, destacamos cómo la escritura ha estado relacionada con el crecimiento de la matemática, asociada a la posibilidad de dejar memoria de las producciones de nuevas ideas, como así también con el poder que otorga el dominio de la escritura para resolver problemas, para reorganizar y compendiar conocimientos y producir teorías explicativas (Mariana Miras, 2000) En el caso de la matemática escolar, que involucra procesos de producción colectiva de conocimientos -donde los conceptos se amplían y complejizan progresivamente-, la escritura posibilita poner en palabras aquello se piensa. La huella dejada permite revisar y volver sobre lo realizado.

En clases anteriores se había analizado el algoritmo convencional de la multiplicación utilizando un cálculo de dos cifras por una cifra (58 x 4). Durante esa discusión se planteó la necesidad de resolverlo por dos caminos distintos y aparecieron diversos procedimientos de resolución que llevaron a visibilizar la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma. Sin embargo, el G1 frente al método de celosía no pudo establecer una relación entre lo que ya se había discutido con lo que aquí se presentaba como un "nuevo y desconocido método". En este sentido cobra fuerza la importancia de organizar una red entre los conocimientos que se desea enseñar (Agrasar y Chemello, 2008), ya que saber que hay ciertas propiedades en juego en un algoritmo (58 x 4) ya estudiado, no garantiza que las estudiantes trasladen esa idea a otros algoritmos de manera automática.

Por otro lado, ante el obstáculo de no poder plasmar por escrito el proceso de resolución del método, en la narrativa que logran realizar tampoco pueden plasmar esas relaciones para argumentar lo que están haciendo. Se percibe un rasgo de lo técnico que acompaña a las resoluciones matemáticas aprendidas durante su escolaridad: "*este número lo multiplicamos por este otro y lo ubicamos aquí*", sin poder entender las razones de lo que ahí se estaba haciendo.

En el G1 se encontraron con muchas dificultades para lograr una escritura de lo que estaban pensando, no pudieron recuperar lo que se había trabajado en clases anteriores para intentar ponerlas al servicio de este nuevo problema. Este episodio nos permite poder capturar la complejidad de la construcción del conocimiento, de la fragmentación de saberes, de la poca red de relaciones con que cuentan los estudiantes en la formación de maestros, entre otros, y que serán cuestiones a seguir trabajando.

La producción del G2 fue diferente, aunque no será analizada en profundidad, sí se presenta la argumentación escrita del ítem (a) del problema 1, a modo de poder entender sus reflexiones durante la discusión colectiva. A continuación, la resolución que planteó el G2:




Frente a la resolución del problema 1, el G2 trató, para entender el funcionamiento del método celosía, de interpretar los números que aparecían en cada celda y las llamó A, B, C, D en un inicio. La representación de la derecha presenta la distribución de las celdas sin los números: eso posibilitó que percibieran que las diagonales demarcaban o separaban “algo” y determinaron que eran los “unos”, “dieces”, “cienes” y “miles”. Aunque todavía no habían podido determinar si eran válidas o no esas conclusiones.

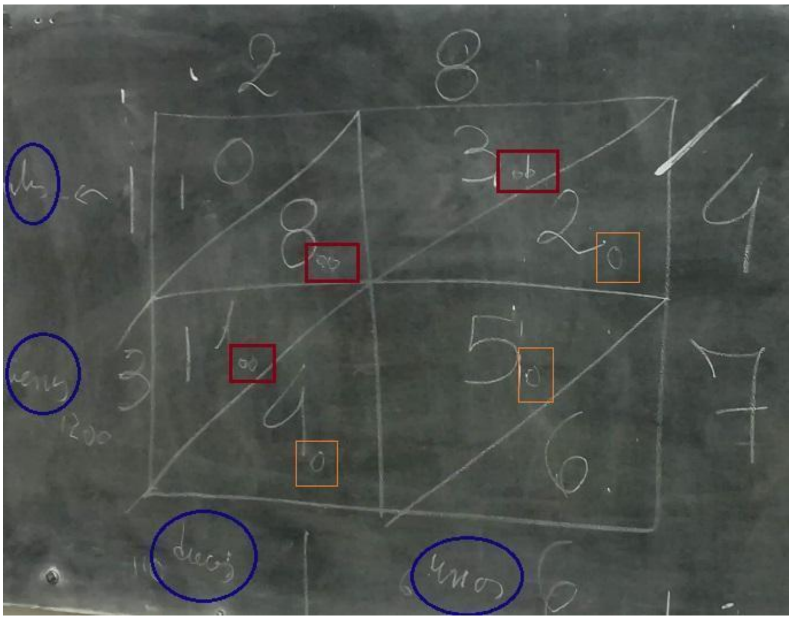
En el desarrollo de la discusión grupal, el G2, frente a dar cuenta de la “explicación del funcionamiento del método”, no presentó dudas para poner por escrito su explicación. No necesitaron intervenciones en ese sentido. Si bien el intercambio inicial se sostuvo oralmente, luego pudieron plasmar en palabras lo que había interpretado del funcionamiento del método. Se percibe, al igual que el G1, el trabajo sobre las cifras de los números, es decir, el 28 como un 2 y un 8, y el 47, como un 4 y un 7. Aunque en la explicación que presentan no hay mayor información o detalle que dé cuenta de cómo relaciona esto con la utilización de la propiedad distributiva que presentan como argumento posterior. Es decir, aquí vuelve a tomar protagonismo la escritura para poner por escrito aquello que se piensa: se supone que el G2 discutió y avanzó para entender el funcionamiento del método celosía en conclusiones que no quedaron registradas. Esto queda demostrado cuando toman la posta en la discusión colectiva en el pizarrón, argumentando cómo habían llegado a la propiedad distributiva, sin embargo, en su producción escrita no se ve reflejado.  Se podría decir que, una vez más, aparece con fuerza la idea que en matemática no se produce texto (Ponce, 2009) y que el funcionamiento correcto es la explicación.

La propuesta formativa de doble conceptualización se pudo evidenciar en el espacio de reflexión y discusión proponiendo intervenciones docentes que les permitiera analizar, por un lado, la práctica matemática desarrollada, y por otro, su propia participación en el grupo, como así también, algunas dimensiones que les pudieran servir para pensar las prácticas docentes en la escuela.

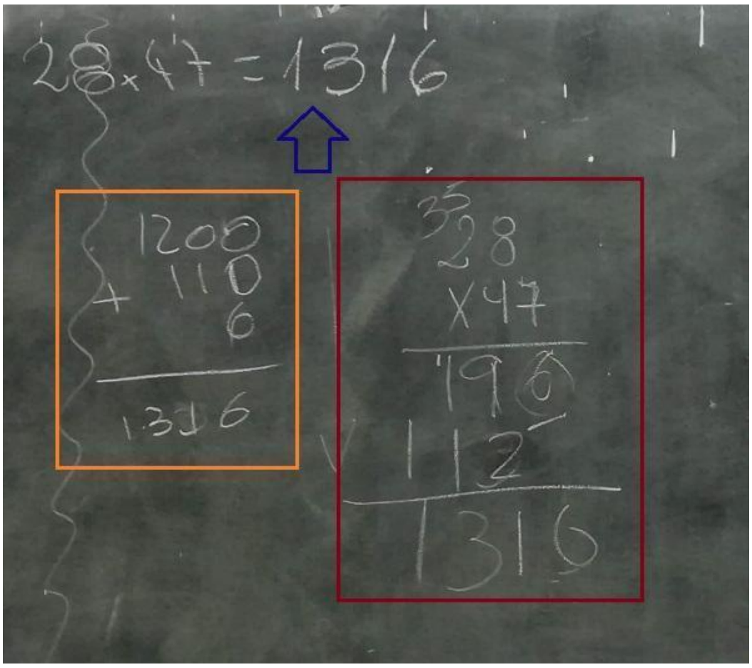
### 6.3.2.- Las huellas del pizarrón

Luego de un tiempo de discusión grupal se inició la reflexión colectiva y fue el G2 quien tomó la palabra para explicitar la resolución del problema 1. Fue decisión docente poder llevar adelante el análisis del problema a través del uso del pizarrón. En esta decisión se entrelazan algunas perspectivas en relación al uso del pizarrón, Miguel Zaldívar Carrillo y Yanelis Rodríguez (2008): al respecto señalan la poca atención que se le presta al uso del pizarrón en la formación docente. Aunque no es foco de análisis en este trabajo final integrador, poner la mirada de su función como medio de enseñanza forma parte de la formación docente, los autores al respecto expresan: "…*trabajar correctamente con el pizarrón, en su función de medio de enseñanza, exige una preparación específica por parte de los que nos dedicamos a la educación de las nuevas generaciones.*" (p.2) A partir de estas ideas, las huellas dejadas en el pizarrón mientras se avanzaban con la validación del problema se constituyeron como objeto de aprendizaje.

La imagen captura los primeros análisis que el G2 comenzó a plantear, reprodujeron el método celosía que aparecía en el material fotocopiado, pero con algunos agregados en las distintas celdas que en el original no se visualizaban. Argumentaron que, si se dividía ese cuadrado a partir de las diagonales, ésta representaba unos, dieces, cienes y miles. De esa manera lo plasmaron en el pizarrón como punto de partida para entender el significado de los distintos números que muestran las celdas. A partir de indicar que la primera diagonal representaba los "unos", la segunda los "dieces", la tercera los "cienes" y por último los "miles", es que agregaron a cada uno de los números de las diagonales, un cero (en la segunda diagonal) y dos ceros (en la tercer diagonal) para señalar que por ejemplo, el 2, 5 y 4 eran respectivamente 20, 50 y 40. De igual manera para los "cienes", el 3, 8 y 1 eran respectivamente 300, 800 y 100.



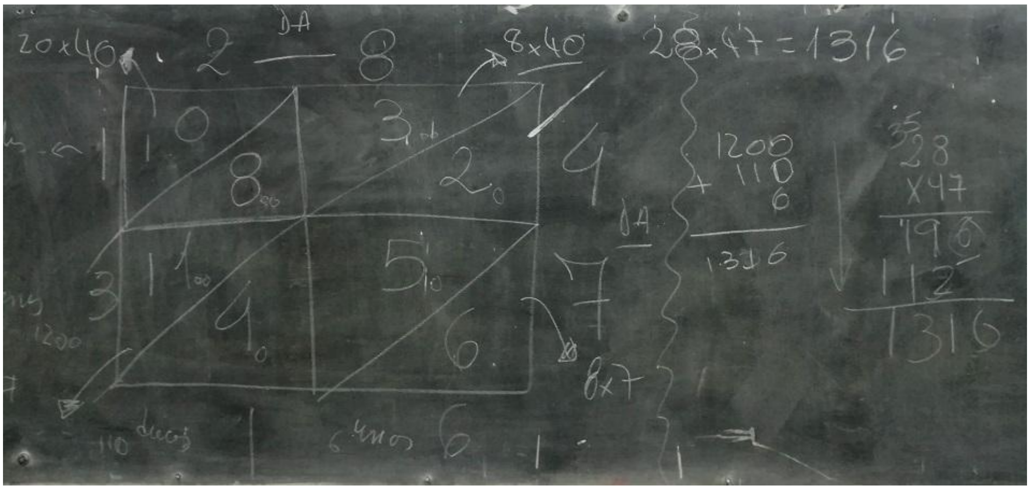
Hasta este punto no podían dar razones a sus argumentaciones, ante la pregunta de una de las alumnas del G1: *¿cómo saben que es así?*, la alumna que estaba en el pizarrón lo divide y planteó lo que sigue:




Presentaron varios cálculos y manifestaron "*nosotros hicimos la cuenta tradicional para ver el resultado*" (la cuenta de la derecha) y "*luego sumamos los números de las diagonales para ver si daba igual*" (la cuenta de la izquierda). Esto es: 300+800+100=1200, luego 20+50+40=110, entonces 1200+110+6= 1316. Nos detuvimos en particular en estas reflexiones ya que las estudiantes apelan a lo que saben hacer para entender los nuevos caminos de resolución. Al respecto Chemello y Agrasar (2008) lo expresan de la siguiente manera:

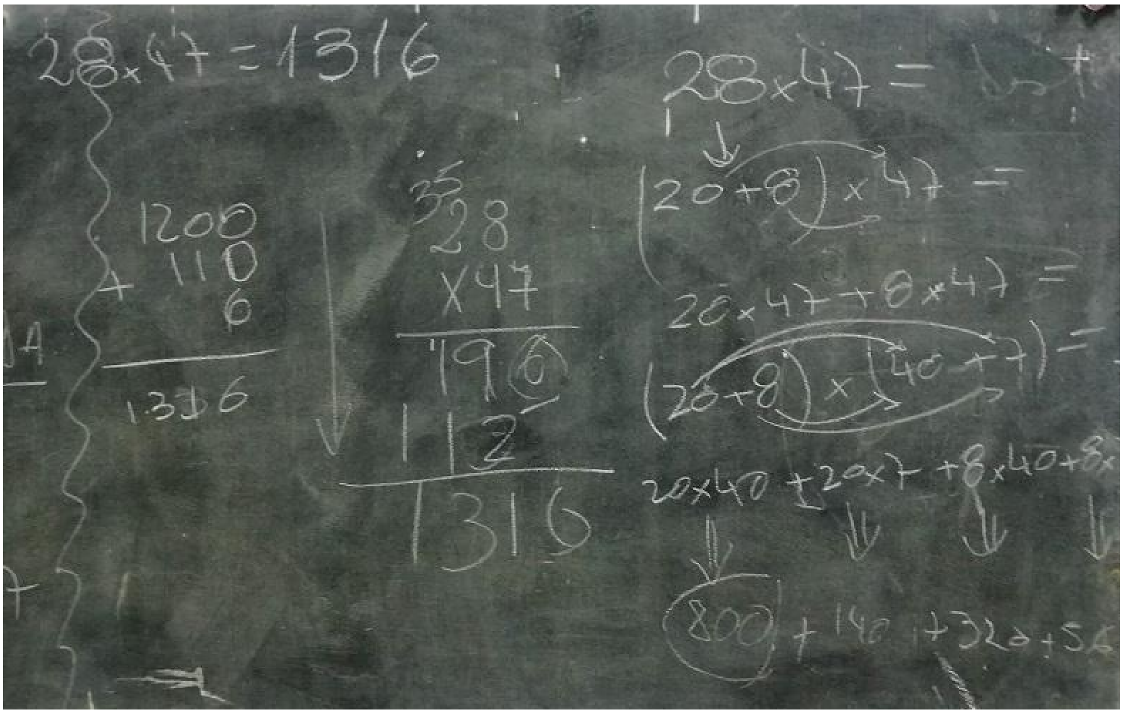
> "*para un maestro en formación que, como alumno, vivió un aprendizaje muchas veces poco reflexivo resulta esencial articular lo que conoce de las operaciones (definiciones, propiedades) con lo que conoce de las cuentas (técnicas). Discutir estas cuestiones en la formación le permitirá pensar en las cuentas que "sabe hacer" entendiendo las razones de los "pasos", y también abrir la posibilidad de otras maneras de "hacer las cuentas", ya que la fundamentación de las técnicas de cálculo está apoyada en el conocimiento del significado de (*p.4)

Las estudiantes del G2 fueron planteando los sentidos que le atribuían a las distintas multiplicaciones que aparecían en las celdas, por ejemplo, el 8x4 que es 32, en realidad dijeron que era 8x40 y sacaron una flecha indicando que esa celda estaba indicando ese cálculo. Así presentaron que 8x7 era 56, que el 2x4 representaba al 20x40= 800; de igual manera con 2x7, representaba 20x7= 140.




Cuando se les preguntó que significaba "DA" que aparecía tanto en el 28 como en el 47, expresaron que en realidad allí se había realizado una descomposición aditiva (DA) y que al 28 se lo estaba pensado como 20+8 y que al 47 como 40+7, por eso justificaron las multiplicaciones que sacaron con flechas: 20x40, 20x7, 8x40 y 8x7.

En este punto una alumna del G1 pregunta *¿para qué pensaron los cálculos 20x40, 20x7, 8x40 y 8x7, si sumando las diagonales salía el resultado?* Esa pregunta desconcertó al grupo en general y no se obtuvieron respuestas inmediatas. Fue necesario apelar a lo trabajado sobre las propiedades de las operaciones y volver a revisitar la discusión de las diferentes formas de multiplicar, lo que les permitió entender que la propiedad que subyace en el método era la propiedad distributiva de la multiplicación de números naturales con respecto a la suma y lo validaron de la siguiente manera:




Plantearon el cálculo 28 x 47, primero hicieron una descomposición aditiva del 28 como 20+8 y aplicaron la propiedad distributiva: (20+8) x47 = 20x47+8x47. Aquí discutieron que faltaba ya que la multiplicación 20x47 no aparecía en el método celosía, entonces avanzaron, en descomponer aditivamente el 47=40+7 y luego sí volvieron a aplicar la propiedad distributiva. Fue interesante cómo pudieron reconocer los cálculos que aparecían en el método celosía, y cómo a partir de esta discusión encontraron relaciones entre lo que planteaba el método celosía con los cálculos en los que se pone en juego las propiedades de los números.

El G1, que inicialmente no había podido entender el funcionamiento del método logró a partir del relato argumentativo del G2 percibir algunas de las relaciones numéricas que el método presenta. Por otro lado, se evidenció en las argumentaciones de las siguientes clases, un cierto corrimiento sobre la idea que para resolver un problema es suficiente encontrar el resultado correcto y no necesitar recurrir a otras explicaciones para validar la respuesta.

## 7.- Palabras finales

La intención de este trabajo final integrador fue analizar las relaciones didácticas y matemáticas que se ponen en tensión en el proceso de enseñanza en la formación de maestros. Tomar decisiones de lo que se hace en una clase, cuáles son las posibles intervenciones docentes que permitirán avanzar o volver a visitar lo discutido, los tipos de problemas que se analizan y resuelven, la reflexión sobre los debates colectivos, entre otros, serán algunos elementos para los estudiantes puedan ir construyendo sus propias prácticas docentes.

Este trabajo no apuntó al análisis exhaustivo de las clases; sí pretendió abrir una pequeña puerta para contar y reflexionar lo que allí acontece frente a la resolución de problemas. Los docentes contamos con una variedad de recursos para indagar qué ocurre en el aula de la escuela primaria, experiencias, videos, entrevistas a maestros, etc., pero pocos relatos de lo que pasa en las aulas de la formación inicial.

Para este trabajo final integrador presenté algunas de las situaciones de enseñanza con la finalidad de acercar la reflexión hacia los sentidos de la multiplicación de números naturales, entendiendo que con esta discusión no alcanza para construir la red de relaciones matemáticas entre los conocimientos a enseñar, y que será necesario retomar y profundizar, a partir de estas ideas iniciales, el trabajo con la multiplicación.

En las situaciones de doble conceptualización me interesaba presentar a las alumnas otras formas de resolver una multiplicación con números naturales y cuya representación se encontrará alejada de aquella que presenta el algoritmo convencional conocido por ellas. Este algoritmo convencional tan entramado a la idea de que saber hacer la cuenta significa saber multiplicar y, por otro lado, que esa cuenta es la única forma de pensar la multiplicación. Con la intención de poner en "discusión" esas relaciones, se propone el trabajo sobre la reflexión del funcionamiento del método celosía y que podría impactar en la reflexión sobre el funcionamiento de los algoritmos más convencionales. La característica de esta estrategia formativa consiste en que los estudiantes realicen quehaceres propios de la producción de conocimientos matemáticos para luego tematizar, y llegar a conceptualizar tales quehaceres (Chemello et al., 2017, Clase 6, p.9). Ahí está la potencialidad de este recurso formativo que permite vivenciar y visualizar algunas cuestiones que no se podrían con otro tipo de situaciones.

Por otra parte, quería poner en escena la idea de que conocer ciertas propiedades de las operaciones no habilita necesariamente a las alumnas a reconocerlas en los algoritmos que utilizan ni en otros desconocidos. Esto se vio reflejado en la discusión colectiva cuando necesitan enunciar oralmente las propiedades de las operaciones y plantear ejemplos para identificarlas.

Asimismo, durante el diseño de las situaciones de enseñanza no fueron anticipadas como un obstáculo el hecho de "explicar" lo que se hace, lo que se piensa, lo que se sabe. Tanto en el G1 como el G2, se encontraron con un "desafío a resolver" el poner por escrito lo que discuten en forma oral. Esa dificultad se vio reflejada cuando manifiestan *"¿cómo lo explicamos?"*, es decir, que de las herramientas que se fueron construyendo en las distintas clases, pareciera ser, que ninguna alcanzaba para poder elaborar una explicación por escrito. Será entonces una cuestión a retomar, profundizar, y seguir trabajando en futuros dispositivos.

Al inicio de este trabajo planteé como objetivo analizar la potencialidad de ciertos dispositivos didácticos puestos en juego en la formación de maestros, dispositivos que llevo hace algunos años poniendo en acto en mis prácticas, pero que, en la necesidad de pensarlos y diseñarlos por escrito para este trabajo, me permitió analizarlos, ampliarlos, organizarlos. Por otro lado, me permitió advertir la complejidad que conlleva la profundización y recuperación, de algunos conocimientos matemáticos que los futuros maestros necesitan relacionar.

El diseño de las situaciones de enseñanza para este trabajo, su implementación, su análisis didáctico, me permitió reflexionar acerca de las decisiones que voy tomando en este espacio curricular que se organiza en 2do. año de la formación docente. Pensar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en consonancia con los lineamientos curriculares vigentes significa apuntar a situaciones en las que se ponga en juego la producción matemática, por un lado, y por otro, que permita reflexionar acerca de algunas condiciones didácticas de esos saberes. Comparto la concepción que sostienen Chemello et al. (2017) "…*no es posible pensar la producción de conocimientos disciplinares y didácticos específicos en compartimientos estancos*" (clase 6: 13) A partir de estas ideas continuaré pensando en los distintos dispositivos que conforman la cursada de Didáctica de la Matemática I en el ISFD 97.

A modo de cierre, retomo algunas de las ideas que expresan Chemello y Agrasar (2008) en relación al desafío que tiene por delante la formación de maestros "*El desafío para la formación es, a la vez que se avanza en el conocimiento didáctico, construir un nuevo sentido para el "hacer matemática", revisando tanto la disponibilidad como el tipo de conocimientos adquiridos en etapas anteriores de la historia escolar de los futuros docentes.*" (p.8)

Un desafío en el que vale la pena pensar y que, a partir del trabajo desplegado a lo largo de toda la Especialización, me permita tomar nuevas decisiones.

## 8.- Bibliografía:


Artigue, M. (1995). *El lugar de la didáctica en la formación de profesores*, en Artigue, M.; Douady, L.; Moreno, L. y Gómez, P. Ingeniería didáctica en Educación Matemática. Bogotá, Grupo Editorial Iberoamericana

Agrasar, M.; Chemello G. (2008). *Los conocimientos matemáticos en la formación de maestras y maestros. Qué y cómo aprenden los que van a enseñar*, en 12 (ntes) Enseñar Matemática Nivel Inicial y Primario, Buenos Aires, Ed. 12 (ntes).

Becerril, M. y otros (2015). *Analizar clases de Matemática: una herramienta de estudio para la formación docente.* Colección Desarrollo Profesional Docente, INFD.

Broitman C. (1999). *Las operaciones en el primer ciclo: aportes para el trabajo en el aula*. Novedades Educativas. Buenos Aires

Broitman, C. (2013). *Introducción*. En Broitman (comp.): Matemáticas en la escuela primaria I y II. Buenos Aires: Paidós

Charnay, R.: (1994). *Aprender por medio de la resolución de problemas*. En: Parra, C. y Saiz, I. (comp.): Didáctica de Matemática. Buenos Aires: Paidós.

Charlot, B. (1991). *La epistemología implícita en las prácticas de enseñanza de las matemáticas* [trad.] En Bkouche, R.; Charlot, B.; Rouche, N.: *Faire des mathematiques: le plaisir du sens*. Paris: Armand Colin.

Chemello G., Agrasar M. Chara S. y Crippa A. (2017). *Módulo 2, los desafíos de la capacitación acerca de la enseñanza de la multiplicación y división con números naturales*, Clase 3, Ciclo de Formación de Capacitadores en Áreas Curriculares.

Chemello G., Agrasar M. Chara S. y Crippa A. (2017). *Módulo 2, los desafíos de la capacitación acerca de la enseñanza de la multiplicación y división con números naturales,* Clase 4, Ciclo de Formación de Capacitadores en Áreas Curriculares.

Chemello G., Agrasar M. Chara S. y Crippa A. (2017). *Módulo 2, los desafíos de la capacitación acerca de la enseñanza de la multiplicación y división con números naturales*, Clase 6, Ciclo de Formación de Capacitadores en Áreas Curriculares.

Chemello G., Barallobres G., Crippa A. y Hanfling M. (2000). *Problemas de la enseñanza de la matemática. Carpeta de trabajo*. Universidad Nacional de Quilmes. Buenos Aires.

Chevallard, Y; Bosch, M; Gascón, J (1997). *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje.* Instituto de Ciencias de la Educación, Universidad de Barcelona: Editorial Horsori.

DGCyE (2001). Documento n° 4, *Orientaciones didácticas para la enseñanza de la multiplicación en los tres ciclos de la EGB.* p. 22.

Escobar, M.; Grimaldi, V. (2015). *El conocimiento matemático como derecho. Nuevas coordenadas políticas para pensar y transformar las prácticas de enseñanza*. IV Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales, 28-30 de octubre de 2015, FaHCE, UNLP.

Kuzniak, A. (1993). *Etude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré*. (Thèse de doctorat). Université Paris VII.

Miras, M. (2000*). La escritura reflexiva. Aprender a escribir y aprender acerca de lo que se escribe*. En Infancia y aprendizaje, (89), 65-80.

Ponce, H. (2009). *Cálculo mental de sumas y restas. Propuestas para trabajar en el aula.* Dirección Provincial de Educación Primaria. Pcia. Bs. As.

Sadovsky, P., Arias, D., Becerril, M. M., Etchemendy, M., Giuliani, D., Parra, C y Zilberman, G. (2010). *La enseñanza de la matemática en la formación docente para la escuela primaria.* Buenos Aires, Argentina.

Terigi, F.; Wolman, S. (2007) Sistema de numeración: consideraciones acerca de su enseñanza. REVISTA OEI N°43 (enero/abril)

Vergnaud, G. (1990). *La théorie des champs conceptuels*, en Recherches en didactique des mathématiques, Vol. 10, Nº 2 y 3, pp. 133-170. (Traducción mimeografiada).

Vergnaud, G. (1991). *Los problemas de tipo multiplicativo*. Capítulo 11 en El niño, las matemáticas y la realidad, problema de las matemáticas en la escuela (pp.197-224). México: Trillas

Wolman, S. (2010). *La escritura en los procedimientos de resolución de problemas de suma y resta: un proceso constructivo*. En Revista del Instituto de Investigaciones en Ciencias de la Educación. Año XVII, N°28. Facultad de Filosofía y Letras. Universidad de Buenos Aires.

Zaldívar Carrillo, M. E., & Bispo Rodríguez, Y. (2008). *Algunas reflexiones sobre la utilización del pizarrón escolar en su función educativa e instructiva*. Revista Iberoamericana De Educación, 45(4), 1-6. https://doi.org/10.35362/rie4542073.

Zilberman G. (2018). *Re-pensar las dificultades en matemática en la escuela primaria. Aportes posibles desde la formación docente continua*. UNSAM. Buenos Aires.

**Normativas curriculares**


D.G.C.yE. (2008) *Diseño Curricular para la Educación Superior. Niveles Inicial y Primario,* Dirección General de Cultura y Educación de la provincia de Buenos Aires

D.G.C.yE. (2007) *Diseño Curricular para la Educación Primaria,* Dirección General de Cultura y Educación de la provincia de Buenos Aires.

D.G.C.yE. (2018) *Diseño Curricular para la Educación Primaria,* Dirección General de Cultura y Educación de la provincia de Buenos Aires.

Resolución n° 39/94 del CFE, en http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL001215.pdf, fecha de consulta 30/5/20